

# **I<sup>ère</sup> Licence Administration des Affaires et Sciences Economiques**

## **MATHEMATIQUES FINANCIERES**

par

Prof. Bob David NZOIMBENGENE L.

Expert-Comptable/CAC Agréé BCC/Mandataire en  
Mines et Carrières/CAMS

# **I. INTRODUCTION**

- ❑ Savoir présenter et lire le compte courant
- ❑ Maîtriser la gestion des capitaux
- ❑ Comprendre la gestion de règlement des dettes et de recouvrement des créances
- ❑ Comprendre les opérations à crédit et de placement
- ❑ Comprendre les différentes approches (méthodes) de constitution du capital et d'amortissement de l'emprunt

## **Objectifs du cours**

# Contenu des opérations fin. à CT      Page

---

1

Intérêts simples

---

2

Escompte à intérêts simples

---

3

Échéance moyenne et commune

---

4

Ventes à tempérament

---

5

Gestion du compte courant

---

# Contenu des opérations fin. à MLT Page

---

1 Intérêts composés

---

2 Escompte à intérêts composés

---

3 Annuités

---

4 Amortissement de l'emprunt

---

5 Rentes

---

# REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ❑ BEGUIN, J.M., et al., L'essentiel des techniques bancaires, éd. Des Organisations, Paris, 2008.
- ❑ FRANCO, L., Comptabilité bancaire de base, éd. Fiduciaire, Bruxelles, 1998.
- ❑ HARICE H., Opérations financières et opérations viagères, éd. Dunod, Paris, 1966.
- ❑ KENENY J., Mathématiques dans la pratique des affaires, éd. Dunod, Paris, 1965.

## Références bibliographiques

- ❑ MARC B., Mathématiques des sciences humaines, éd. PUF, Paris, 1970.
  
- ❑ MASIERI W., Notions essentielles des mathématiques financières, Sirey, Paris, 1968.
  
- ❑ MPEREBOYE S. et Nzoimbengene B.D., Documentation commerciales et Mathématiques Financières, Ed. UPC, Kinshasa, 2020.

## Références bibliographiques

# **I. OPERATIONS FINANCIERES A COURT TERME**

# Contenu des opérations fin. à CT      Page

---

1

Intérêts simples

---

2

Escompte à intérêts simples

---

3

Échéance moyenne et commune

---

4

Ventes à tempérament

---

5

Gestion du compte courant

---

# **I.I INTERETS SIMPLES**

- ❑ L'intérêt est la rémunération d'une somme d'argent (capital) placée ou prêtée.
- ❑ C'est le revenu d'un capital placé pendant un temps et à un taux donné
- ❑ Il est dit simple (intérêt simple) lorsqu'il est calculé uniquement sur le montant du capital, sans prendre en compte les intérêt antérieurs
- ❑ En cas de pris en compte des intérêts antérieurs à la période  $N$  dans le calcul de l'intérêt de la période  $N$  (capitalisation des intérêts), on parle **des intérêts composés**

## Intérêts simples : introduction

□ De ce qui précède, nous retenons que l'intérêt est calculé en fonction de trois éléments (facteurs) :

✓ **Le capital (C)** : il peut s'agir de la somme placée, empruntée ou prêtée;

✓ **Le taux d'intérêt (r)** : Par défaut, il est annuel. C'est le rapport entre le montant que rapporte un capital sur une période d'une année et ce capital. Il est souvent exprimé en pourcentage (% = pour cent) :

➤ intérêt annuel de 0,08 FC pour un placement de 1 FC ➡  $(0,08/1) \times 100 = 8\%$

## Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt

- En d'autres termes, on peut dire 100 FC pendant une (1) année rapportent un intérêt de 8 FC
- ✓ **Le temps (n)** : est la durée du placement, du prêt ou de l'emprunt, selon le cas. Cette durée peut être exprimée en jours, en semaines , en quinzaine, en mois ou en années. De manière générale, elle est souvent exprimée en jours, mois ou années.

## Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt

□ En fonction de la durée de l'année à considérer dans les calculs commerciaux, on distingue l'intérêt commercial de l'intérêt civil.

✓ L'intérêt commercial est celui qui est calculé sur base de l'année de 360 jours (véritable année commerciale), en supposant que tous les mois sont comptés à 30 jours, même le mois de février

✓ L'intérêt civil est, lui, calculé sur la base de l'année de 365 jours (année civile), selon l'usage généralement anglais et américain.

## Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt

- ❑ Toutefois, la durée en nombre de jours est calculée suivant le nombre de jours calendrier c'est-à-dire 30 jours, 31 jours ou 28 (29) jours selon le cas
- ❑ Si la durée est exprimée en mois, l'intérêt calculé est fait en fonction de 12 mois
- ❑ Pour calculer le nombre de jours entre 2 dates : du 10/03 au 30/04 de la même année, par exemple, il est d'usage de ne pas tenir compte du 1er jour ; le calcul se fait donc depuis le lendemain du placement jusqu'à l'échéance. Ce calcul de jour entre deux dates est facilité par un

## **Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt**

- ❑ Ce calcul de jour entre deux dates est facilité par une table dite « des jours ». Pour l'utiliser, l'on doit :
  - ✓ faire la différence entre les nombres figurant au regard des dates respectives ;
  - ✓ ajouter 1 jour, si l'on veut considérer les 2 dates envisagées ;
  - ✓ pour les années bissextiles, ajouter 1 jour au nombre correspondant aux dates postérieures au 28 février.

## Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt

## TABLE DE JOURS SI n EST COMPRIS ENTRE 2 ANNEES CIVILES

Les 12 premiers mois sont des mois de l'année n et les 12 derniers mois sont des mois de l'année n+1

N	Janv	Fév	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc	Janv	Fév	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	366	397	425	456	486	517	547	578	609	639	670	700
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	367	398	426	457	487	518	548	579	610	640	671	701
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	368	399	427	458	488	519	549	580	611	641	672	702
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	369	400	428	459	489	520	550	581	612	642	673	703
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	370	401	429	460	490	521	551	582	613	643	674	704
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	371	402	430	461	491	522	552	583	614	644	675	705
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	372	403	431	462	492	523	553	584	615	645	676	706
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	373	404	432	463	493	524	554	585	616	646	677	707
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	374	405	433	464	494	525	555	586	617	647	678	708
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	375	406	434	465	495	526	556	587	618	648	679	709
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	376	407	435	466	496	527	557	588	619	649	680	710
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	377	408	436	467	497	528	558	589	620	650	681	711
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	378	409	437	468	498	529	559	590	621	651	682	712
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	379	410	438	469	499	530	560	591	622	652	683	713
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	380	411	439	470	500	531	561	592	623	653	684	714
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	381	412	440	471	501	532	562	593	624	654	685	715
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	382	413	441	472	502	533	563	594	625	655	686	716
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	383	414	442	473	503	534	564	595	626	656	687	717
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	384	415	443	474	504	535	565	596	627	657	688	718
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	385	416	444	475	505	536	566	597	628	658	689	719
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	386	417	445	476	506	537	567	598	629	659	690	720
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	387	418	446	477	507	538	568	599	630	660	691	721
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	388	419	447	478	508	539	569	600	631	661	692	722
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	389	420	448	479	509	540	570	601	632	662	693	723
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	390	421	449	480	510	541	571	602	633	663	694	724
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	391	422	450	481	511	542	572	603	634	664	695	725
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	392	423	451	482	512	543	573	604	635	665	696	726
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	393	424	452	483	513	544	574	605	636	666	697	727
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	394		453	484	514	545	575	606	637	667	698	728
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	395		454	485	515	546	576	607	638	668	699	729
31	31		90		151		212	243		304		365	396		455		516		577	608		669		730

# INTERET SIMPLE (Calcul des jours)

□ Du 10 mars au 30 avril d'une même année :

➤ 10/03 → 69

➤ 30/04 → 120

➤  $120 - 69 = 51$  jours

□ Du 10 février au 05 août d'une même année :

➤ 10/02 → 41

➤ 05/08 → 217

➤  $217 - 41 = 176$  jours

➤ 177 jours ( $176+1$ ) si année  
bissextile

**Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt**

□ Du 07 mai au 23 novembre d'une même année

➤ 07/05 → 127

➤ 23/11 → 327

➤  $327 - 127 = 200$  jours

□ Du 15 septembre 2020 au 25 janvier 2021 :

➤ 15/09 → 258

➤ 25/01 → 390

➤  $390 - 258 = 132$  jours

**Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt**

- ❑ Si le taux d'intérêt est fixe, le calcul est basé sur les deux principes :
  - ✓ L'intérêt est proportionnel au temps pour un même capital ;
  - ✓ L'intérêt est proportionnel au capital pour une même durée de placement.

## Intérêts simples : Facteurs de l'intérêt

- ❑ L'année est comptée pour 360 jours (année commerciale). Ainsi, la base du nombre de jours de placement s'exprime toujours, sauf indication contraire, à 360 jours.
- ❑ La durée quant à elle est calculée suivant le calendrier civil
- ❑ Sachant que l'intérêt est proportionnel au capital et au temps, le taux étant fixe pendant la période considérée, la formule générale de l'intérêt simple se dégage facilement :

## Intérêts simples : Calcul de l'intérêt

□ Ainsi  $i = Cx \frac{r}{100} x \frac{n}{360} = \frac{crn}{36.000}$

$$i = Cx \frac{r}{100} x \frac{n}{12} = \frac{C.n.r}{1.200}$$

$$i = Cx \frac{r}{100} x \frac{r}{1} = \frac{C.n.r}{100}$$

**Intérêts simples : Calcul de l'intérêt**

- ❑ De ces formules, nous pouvons déduire les formules de calcul :
  - ✓ du capital, si l'intérêt, le taux d'intérêt et la durée sont connus;
  - ✓ du taux d'intérêt, si l'intérêt, le capital et la durée sont connus;
  - ✓ du temps (durée), si l'intérêt, le capital et le taux d'intérêt sont connus;

## Intérêts simples : Calcul de l'intérêt

- Dans le temps, Plusieurs méthodes de calcul de l'intérêt simple étaient développées pour rendre aisé le calcul. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer :
  - ✓ la méthode des parties aliquotes du capital;
  - ✓ la méthode des parties aliquotes du temps;
  - ✓ la méthode des parties aliquotes du taux;
  - ✓ la méthode du soixante (du 6 %);
  - ✓ la méthode du trois soixante (ou du 3,6);
  - ✓ la méthode du 3-10-10 (méthode anglaise);
- Avec l'évolution technologique, il n'est plus utile de recourir à ces méthodes.

## Intérêts simples : Méthodes commerciales de calcul

- En vue de rentabiliser ses ressources, qui restent dormantes dans une banque de la place, le 15 juin 2021 M. Lessay décide d'effectuer un placement à terme de USD 280 000, jusqu'au 28 décembre 2021, auprès de la FBN Bank RDC. Les deux parties conviennent de rémunérer ce placement au taux de 6% l'an.
  - ✓ Quelle sera la rémunération de ce placement à l'échéance ;

## **Intérêts simples : Cas pratiques**

□ Données

□ Inconnue et Formule

□ Solution

Intérêts simples : Cas pratiques

- ❑ Voulant faire un placement auprès d'une banque de la place, la société Groupe Bonzoi recoit deux offres :
  - ✓ Access Bank : intérêt de 22 500 Usd pour un placement de USD 900 000 pendant 6 mois
  - ✓ FBN Bank : intérêt de 22 000 Usd pour un placement de USD 800 000 pendant 6 mois

En tant qu'expert financier, quelle est l'offre que vous recommanderez à cette société

## **Intérêts simples : Cas pratiques**

□ Données

□ Inconnue et Formule

□ Solution

Intérêts simples : Cas pratiques

# **I.II ESCOMPTE A INTERETS • SIMPLES**

- ❑ L'escompte est l'achat d'un effet de commerce par un banquier
- ❑ C'est l'opération par laquelle une banque achète un effet de commerce à un taux donné (La banque octroie alors un crédit à celui qui négocie son effet de commerce)
- ❑ C'est aussi une retenue (e) effectuée par une banque sur la valeur nominale d'un effet de commerce
- ❑ La différence entre la valeur nominale (V) et l'escompte (e) donne la valeur actuelle (a)

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ❑ L'escompte est ainsi l'Intérêt que touche la banque, c'est le loyer du service rendu par la banque à son client;
- ❑ Deux sortes d'escompte
  - ✓ Escompte commercial (en dehors) ;
  - ✓ Escompte rationnel (en dedans).
- ❑ Dans l'escompte commercial, la banque calcule cette retenue sur la valeur nominale de l'effet. Ainsi, l'escompte commercial est celui qui est calculé sur la valeur nominale de l'effet.

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ❑ Dans l'escompte rationnel, la banque calcule l'escompte sur la valeur actuelle de l'effet c'est-à-dire le montant effectivement prêté par la banque à son client.
- ❑ Dans la pratique, les banques utilisent souvent l'escompte commercial.

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

# Calcul de l'escompte

## A. Escompte commercial (en dehors)

- ❑ Etant un intérêt accordé sur un prêt, l'escompte se calcule par toutes les méthodes évoquées plus haut.
- ❑ Ainsi, si :
  - ✓ **V** : Valeur nominale de l'effet;
  - ✓ **e** : escompte commercial
  - ✓ **a** : valeur actuelle commerciale
- ❑ Par analogie, nous aurons :

$$i = \frac{Cn}{D} \qquad e = \frac{Vn}{D} \quad (\text{II.a})$$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

# Calcul de l'escompte

## A. Escompte commercial (en dehors)

□ D est le diviseur fixe. Il correspond au rapport entre 36 000 et le taux.

✓  $D \text{ de } 6\% = 6\,000$

✓  $D \text{ de } 10\% = 3\,600$

✓  $D \text{ de } 8\% = \text{????}$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

## A. Escompte commercial (en dehors)

□ Si la valeur actuelle ( $a$ ) est connue:

$$e = V - a$$

Partant de (II.a), nous avons:

$$V = \frac{e \cdot D}{n} \qquad n = \frac{e \cdot D}{V}$$

Par conséquent :

$$r = \frac{36.000 \cdot e}{Vn}$$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

## Exemple 1:

- ❑ Calculer l'escompte d'une traite de \$85.000 négocié à 5% le 3 mars 2012, sachant que son échéance était fixée au 15 mai 2012.

## Solution

$$V = 85.000$$

$$D = 7.200$$

$$n = 135 - 62 = 73$$

$$e = \frac{85.000 \times 73}{7.200} = 861,81\$$$

## **B. Escompte rationnel (en dedans)**

- ❑ Au lieu de calculer l'escompte sur la valeur nominale ( $V$ ) de l'effet, il serait logique que la banque calcule cet intérêt sur la somme effectivement prêtée au client, cad sur la valeur actuelle.
- ❑ L'escompte rationnel (logique ou raisonnable) est théoriquement l'intérêt de la valeur actuelle d'un effet de commerce. Cette dernière est la somme qui, augmentée de ses intérêts, donne la valeur nominale de l'effet.

## **ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

## B. Escompte rationnel (en dedans)

□ D'où la formule :

**Valeur nominale (V) = Val. Act. (a) + Esc. rationnel (e )**

□ On constate alors que l'escompte commercial est un **intérêt payé d'avance**; il est donc **soustractif**, alors que l'escompte rationnel qui se calcule sur la valeur actuelle (valeur réellement prêtée) est un **intérêt payé à l'échéance** (ou payé à terme échu); il est donc **additif**.

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

- ❑ Il résulte de ce qui précède que, pour une même valeur nominale donnée, les valeurs actuelles ne sont pas les mêmes;
- ❑ De même, pour une même valeur actuelle donnée, les valeurs nominales ne sont pas les mêmes.
- ❑ D'où la nécessité d'avoir d'autres symboles dans la formule de l'escompte rationnel:

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ✓  $e'$  = escompte rationnel;
- ✓  $a'$  = valeur actuelle rationnelle
- ✓  $V'$  = valeur nominale rationnelle

□ Ce qui donne : 
$$e' = \frac{V' \cdot n}{D}$$

□ Et si on connaît la valeur actuelle rationnelle ( $a'$ )

✓  $e' = V' - a'$

□ Mais nous supposons que  $V' = V$ , nous pouvons donc dire que  $a' = V - e'$

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

□ En mettant  $\mathbf{a}'$  ainsi calculé à la place de  $V'$  dans la formule (18), nous avons :

$$e' = \frac{(V - e')n}{D}$$

✓  $e'D = Vn - e'n$

✓  $e'D + e'n = Vn$

✓  $e'(D + n) = Vn$

□ D'où :

$$e' = \frac{Vn}{D+n}$$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

A travers l'exemple suivant, comparons les deux escomptes :

Un effet de commerce de \$ 10.000 a été escompté à 6% pendant 81 jours, calculer:

- a) Son  $e$  (escompte commercial);
- b) Son  $e'$  (escompte rationnel).

### **Solution**

#### 1) Formules

$$e = \frac{V \cdot n}{D} \qquad e' = \frac{V \cdot n}{D + n}$$

## 2) Données

$$V = 10.000$$

$$D = 6.000$$

$$n = 81$$

## 3) Application

$$e = \frac{10.000 \times 81}{6.000} = \frac{810.000}{6.000} = 135\$$$

$$e' = \frac{10.000 \times 81}{6.000 + 81} = \frac{810.000}{6.081} = 133,20\$$$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

Somme due par la Banque :

a) 10.000 \$

- 135 \$

-----

**9.865 \$** pour e : favorable à la banque.

b) 10.000 \$

-133,20 \$

-----

**9.866,80 \$** pour e' : défavorable à la banque.

L'escompte commercial étant supérieur à l'escompte rationnel, est favorable à la banque.

C'est pourquoi, il est préféré par les banques commerciales

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

# Bordereau d'escompte

## A. Définition et agio :

- ❑ Le bordereau d'escompte est donc le nom du document que la banque établit, lorsqu'elle escompte des effets remis par ses clients.
- ❑ Les effets de commerce sont généralement négociés à la banque. Cette dernière escomptant les effets, n'en paye que la valeur nominale soustrait de l'agio.
- ❑ L'agio est l'ensemble des retenues opérées par le banquier lors de l'escompte des effets

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

□ Ces retenues sont les suivantes :

- ✓ **L'escompte, avec le taux variable** : suivant la politique de crédit appliquée par la banque nationale. Il y a deux taux; le plus élevé est appliqué aux effets non acceptés.
- ✓ **La commission** : Il existe souvent une commission que touche la banque. Elle est considérée comme *prix de l'établissement du bordereau d'escompte*. Cette commission est souvent exprimée en pourcentage. Elle est souvent comprise entre 0,25% et 1% de la valeur nominale totale des effets escomptés.

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ✓ **Frais d'acceptation:** Pour être intervenue dans l'acceptation de tel ou tel effet de commerce, la banque réclame un droit sur cette intervention. Ce droit est fixé souvent entre 0,125% et 0,5% de la valeur nominale de l'effet
- ✓ **Taxe sur la valeur ajoutée (TVA) :** Elle est fixée à 16%. C'est impôt collecté pour compte du Trésor Public. Elle se calcule sur le total de retenues constitué de : l'escompte, la commission et les frais d'acceptation.

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ✓ **Frais divers** : Il s'agit des débours qui couvrent les fournitures utilisées dans le cadre l'escompte (c'est-à-dire que la banque qui a effectué quelques dépenses sur cette opération pour son client récupère ces frais et les incorpore dans l'agio). Le montant dépend d'une banque à une autre. Très souvent, elle correspond à un montant équivalent à 10 ou 20 USD. **Ils ne sont pas pris en compte dans le calcul du chiffre d'affaires de la banque.**

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ❑ Les documents suivants sont habituellement escomptés par la banque :
  - ✓ Traités acceptés ou non;
  - ✓ Promesses (billets à ordre);
  - ✓ Warrants;
  - ✓ Factures.
  
- ❑ Ces documents peuvent être réescomptés par la Banque Centrale.
  
- ❑ En ce qui concerne la durée, l'usage bancaire accepte que les mois soient calculés selon le calendrier.

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

- ❑ Les banques appliquent ici le “+1”, c’est-à-dire qu’ils comptent le jour de la remise des effets dans le calcul des jours, car cela est à leur avantage.

## **B. Conditions de l'escompte:**

Pour que le banquier puisse consentir à l'opération de l'escompte :

- ❑ Le client de la banque doit avoir un compte et la banque détermine le montant maximum pour lequel le client pourra introduire des effets à escompter;
  
- ❑ Les effets doivent être domiciliés à la Banque. C'est-à-dire la perception du montant se fait à la banque, par le compte du client.

## **ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

## C. Bordereau d'escompte:

N°	Effets	Echéance	Montant	Jours	Nombre (Cn)	
					Accepté	Non accepté
1.		15/04/12	625.000 FC	13+1=14	-	8.750.000
2.		20/04/12	156.000 FC	18+1=19	2.964.000	-
3.		30/04/12	230.000 FC	28+1=29	6.670.000	-
4.		02/06/12	613.000 FC	61+1=62	-	38.006.00
5.		01/07/12	430.000 FC	90+1=91	-	0
						39.130.00
						0
			2.054.000 FC		9.634.000	85.886.00 0

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

Exemple :

La BCDC a escompté le 02 février 2024, les effets suivants:

- a) sur Goma, 450.000 FC, dû le 15 mars, non accepté;
- b) sur Kalemie, 380.000 FC dû le 20 mars,- accepté;
- c) sur Bukavu, 260.000 FC dû le 09 avril, accepté;
- d) sur Kisangani, 950.000 FC dû le 02 mai, non accepté;
- e) sur Isiro, 830.000 FC dû le 25 Juin , non accepté.

Etablissez le bordereau d'escompte de ces effets, sachant que les taux d'escompte sont de 7,5% et 6%. Les frais d'acceptation sont fixés à 0,5%, la commission à 1%, les frais divers 60.000 FC, TVA 16%

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

Exemple :

La BCDC a escompté le 2 avril 2012, les effets suivants:

- a) sur Goma, 625.000 FC, au 15 avril, non accepté;
- b) sur Kalemi, 156.000 FC au 20 avril,- accepté;
- c) sur Bukavu, 230.000 FC au 30 avril, accepté;
- d) sur Kisangani, 613.000 FC au 02 juin, non accepté;
- e) sur Isiro, 430.000 FC au 1<sup>er</sup> juillet, non accepté.

Etablissez le bordereau d'escompte de ces effets, sachant que les taux d'escompte sont de 7,5% et 6%. Les frais d'acceptation sont fixés à 1/8%, la commission à 1/4%, les frais divers 4.000 FC, TVA 16%

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

# Solution

## Tableau No. 1: Bordereau d'escompte du 02 avril 2012 --» 92 (En FC)

N°	Effets	Echéance	Montant	Jours	Nombre (Cn)	
					Accepté	Non accepté
1.	Goma	15/04/12	625.000 FC	13+1=14	-	8.750.000
2.	Kalemi	20/04/12	156.000 FC	18+1=19	2.964.000	-
3.	Bukavu	30/04/12	230.000 FC	28+1=29	6.670.000	-
4.	Kisangani	02/06/12	613.000 FC	61+1=62	-	38.006.000
5.	Isiro	01/07/12	430.000 FC	90+1=91	-	39.130.000
			2.054.000 FC		9.634.000	85.886.000

Agio : 33.134,64 FC; Val. Actuelle : 2.020.865,36 FC

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

# Calcul de l'Agio

## 1) Escompte

6% sur les effets acceptés

$$e = \left( \frac{N}{D} = \frac{2.964.000}{6.000} + \frac{6.670.000}{6.000} \right) =$$

$$\frac{9.634.000 \text{ FC}}{6.000} = 1.605,67 \text{ FC} \quad (1a)$$

7,5% sur les effets non acceptés :

$$e = \frac{85.886.000}{4.800} = 17.892,92 \text{ FC} \quad (1b)$$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

## 2) Frais d'acceptation

$$1/8\% \text{ sur Kalemie : } \frac{0,125 \times 156.000}{100} = 195 \text{ FC} \quad (2a)$$

$$1/8\% \text{ sur Bukavu : } \frac{0,125 \times 230.000}{100} = 287,50 \text{ FC} \quad (2b)$$

## 3) Commission sur les effets (1/4% ou 25%)

$$\frac{0,25 \times 2.054.000}{100} = 5.135,00 \text{ FC} \quad (3)$$

$$\text{Total} = 1a + 1b + 2a + 2b + 3 = 25.116,09 \text{ FC}$$

#### 4) **Taxe sur la valeur ajoutée :**

$$\frac{16 \times 25.116,09}{100} = 4.018,57 \text{ FC}$$

5) **Frais divers** ..... + 4.000,00

Total de toutes les retenues (agio) :

$$25.116,09 + 8.018,57 = \mathbf{33.134,66 \text{ FC}}$$

Valeur actuelle des effets :

$$2.054.000 \text{ FC} - 33.134,66 \text{ FC} = \mathbf{2.020.865,34 \text{ FC}}$$

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

## Cas pratique :

La First Bank DRC SA a escompté le 02 février 2024, les effets suivants:

- a) sur Dalex Sa, 450.000 FC, dû le 15 mars, non accepté;
- b) sur Dayo Sarl, 380.000 FC dû le 20 mars,- accepté;
- c) sur Dalhia Sarl, 260.000 FC dû le 09 avril, accepté;
- d) sur Groupe BONZOI, 950.000 FC dû le 02 mai, non accepté;
- e) sur Dan Emma, 830.000 FC dû le 25 Juin , non accepté.

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

Cas pratique :

Etablissez le bordereau d'escompte de ces effets, sachant que les conditions de la banque sont les suivantes :

- ✓ taux d'escompte la sont de 7,5% et 6%;
- ✓ frais d'acceptation sont fixés à 0,5%;
- ✓ commission à 1%
- ✓ frais divers : 60.000 FC

Le taux de la TVA est de 16%

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

# **I.III. ECHEANCE MOYENNE ET COMMUNE**

- ❑ Dans les affaires, un débiteur peut avoir plusieurs effets ou factures à payer, à différentes échéances; comme un créancier aussi peut avoir dans ses livres, plusieurs effets ou factures à recouvrer, à des différentes échéances
- ❑ En vue de bien organiser son plan de trésorerie, son plan de règlement ou de recouvrement des factures ou encore de rationaliser les démarches de recouvrement de ses factures auprès d'un même débiteur, l'opérateur peut opter de régler toutes ses différentes factures à échéances différentes, en une fois.

- Deux options se présentent :
  - ✓ Régler la somme des valeurs nominales en une seule fois, Dans ce cas, l'inconnue c'est l'échéance : **Échéance moyenne**. Il s'agit d'une date et non d'un délai.
  
  - ✓ Arrêter une date unique pour régler la somme des valeurs nominales en une seule fois, Dans ce cas, l'inconnue c'est le montant unique à régler : **Échéance Commune**

## Echéance moyenne

- ❑ Dans la pratique commerciale, il arrive souvent qu'au lieu de payer les effets séparément, selon leurs échéances respectives, le débiteur peut négocier avec son créancier le remplacement par un seul effet dont le montant (valeur nominale) est égale à la somme des effets remplacés.
- ❑ Il faut ainsi déterminer l'échéance intermédiaire, de manière à conserver le même escompte.
- ❑ Cette échéance intermédiaire est dite : « échéance moyenne » ;

## Echéance moyenne

- Ainsi, l'échéance moyenne est une date intermédiaire à laquelle un commerçant pourrait payer globalement plusieurs effets d'échéances différentes, mais escomptés au même taux.
- L'époque est la date de la négociation de remplacement des divers effets par un seul
- $V_u \alpha n = V_1 \alpha n_1 + V_2 \alpha n_2 + V_3 \alpha n_3 + \dots + V_n \alpha n_n$
- $n = (V_1 \alpha n_1 + V_2 \alpha n_2 + V_3 \alpha n_3 + \dots + V_n \alpha n_n) / VU$
- Échéance moyenne = Epoque + n
- Trouver la date à partir de la table

# Echéance moyenne

□ OÙ :

✓  $V_u$  : Valeur de l'effet unique (somme des effets);

✓  $n =$  inconnue

✓  $V_n$  : Valeur de l'effet  $n$

✓  $n_n$  : nombre de jours entre l'époque et l'échéance de l'effet  $n$

□ Il est à noter que l'échéance moyenne est indépendante de l'époque

# Echéance moyenne

N°	V	Echéances	Jours(n)	Nombres (Vn)
1.	$V_1$	XX/XX/XXXXX	$n_1$	$Y_1$
2.	$V_2$	XX/XX/XXXXX	$n_2$	$Y_2$
3.	$V_3$	XX/XX/XXXXX	$n_3$	$Y_3$
	X			Y

# Echéance moyenne : CAS PRATIQUE

❑ Les livres comptables de la société FBN Bank renseignent qu'elle doit un montant de FC 1 300 000, constitué des factures ci-après, à la société Groupe BONZOI SAS :

✓ Facture 003/A de FC 300 000, due le 10 octobre 2021

✓ Facture 097/A de FC 600 000, due le 12 octobre 2021

✓ Facture 187/A de FC 400.000, due le 24 octobre 2021



# Echéance moyenne : CAS PRATIQUE

- ❑ Le 30 septembre 2021, le directeur Financier de la FBN Bank s'entend avec celui de la société Groupe BONZOI, pour que toutes ces factures remplacées par un seul effet, d'une valeur équivalent à la somme de ces factures. Le taux d'escompte convenu est de 4%.
- ❑ A quelle date cet effet remplaçant les différentes factures doit-il être payé?

## Echéance moyenne : CAS PRATIQUE 2

❑ Les livres de la société Bralima SA renseignent qu'elle doit un montant de FC 400 000, constitué des factures ci-après, à la société Vodacom SA:

✓ Facture 00893 de FC 160 000, due le 20  
Juillet 2021

✓ Facture 09678 de FC 120 000, due le 15  
juillet 2021

✓ Facture 07653 de FC 80.000, due le 10 juin  
2021

✓ Facture 08953 de FC 40.000, due le 15 mai  
2021

## **Echéance moyenne : CAS PRATIQUE 2**

- ❑ Le 15 mai 2021, les directeurs Financiers de ces deux sociétés s'entendent pour que toutes ces factures soient remplacées par un seul effet, d'une valeur équivalent à la somme de ces factures. Le taux d'escompte convenu est de 8%.
- ❑ A quelle date cet effet remplaçant les différentes factures doit-il être payé?

## Echéance moyenne : CAS PRATIQUE 3

- ❑ Les livres de la société Dayo SA renseignent qu'elle devait un montant les factures ci-après, à la société Dalhia SA:
  - ✓ Facture 00756 de FC 120 000, due le 31 Juillet 2021
  - ✓ Facture 08793 de FC 130 000, due le 15 août 2021
  - ✓ Facture 032455 de FC 150.000, due le 10 septembre 2021

## Echéance moyenne : CAS PRATIQUE 3

□ Dans le souci de régler toutes ces dettes, la société Dayo Sarl a versé 80.000 FC le 15 août 2021 et 120.000 FC le 30 août 2021. A quelle date devait-elle verser le solde, en considérant comme époque respectivement le 31 juillet et le 10 octobre 2021.

□

# Echéance moyenne : CAS PRATIQUE 3

	CRE DIT			<i>31-juil-12</i>	
LIBELLE	N°	Capitaux (C)	Echéances	Jours(n)	Nombres (Cn)
S/Facture	1.	120 000	31/07/2012	0	
S/Facture	2.	130 000	15/08/2012	15	1 950 000
S/Facture	3.	150 000	10/09/2012	41	6 150 000
	4				
	<b>Total</b>	<b>400 000</b>		<b>n</b>	<b>8 100 000</b>
	DEBI T				
	N°	Capitaux (C)	Echéances	Jours(n)	Nombres (Cn)
M/paiement	1.	80 000	15/08/2012	15	1 200 000
M/paiement	2.	120 000	30/08/2012	30	3 600 000
	<b>Total</b>	<b>200 000</b>			<b>4 800 000</b>
	<b>Net</b>	<b>200 000</b>		<b>n</b>	<b>3 300 000</b>

## Echéance commune

- ❑ Dans la pratique commerciale, il arrive aussi qu'au lieu de payer les effets séparément, selon leurs échéances respectives, le débiteur peut négocier avec son créancier le remplacement de ces différents effets par un effet unique dont l'échéance est fixée d'avance.
- ❑ Il faut ainsi chercher la valeur nominale (montant), de manière à conserver la même valeur réelle (valeur actuelle).
- ❑ Cette échéance non intermédiaire, déterminée à l'avance, concerne tous les effets à remplacer

## Echéance commune

- ❑ Elle est donc dite "échéance commune". Ici, l'inconnue du problème est le montant unique
- ❑ Dans l'échéance moyenne, l'inconnue est justement cette échéance moyenne.

# Echéance commune

C	Ech.	n	Nombres ( $V \times n$ )	
			i	e
$V_1$	XX/XX/XXXXX	$n_1$		
$V_2$	XX/XX/XXXXX	$n_2$		
$V_3$	XX/XX/XXXXX	$n_3$		
X +i ou - e	Intérêts à X% sur			
V			Y	Y

**ESCOMPTE A INTERET SIMPLE**

# **Echéance commune : CAS PRATIQUE 1**

- ❑ Un commerçant devrait régler, par un paiement unique, le 13 octobre 2021, les dettes suivantes :
  - ✓ 160.000 FC, au 08 octobre 2021
  - ✓ 100.000 FC, au 10 octobre 2021
  - ✓ 90.000 FC au 23 octobre 2021
  
- ❑ Calculer le montant de ce règlement unique sachant que le taux d'intérêt est 6 %.

# Echéance commune : CAS PRATIQUE 1

- ❑ Un commerçant devrait régler, par un paiement unique, le 13 octobre 2021, les dettes suivantes :
  - ✓ 160.000 FC, au 08 octobre 2021
  - ✓ 100.000 FC, au 10 octobre 2021
  - ✓ 90.000 FC au 23 octobre 2021
  
- ❑ Calculer le montant de ce règlement unique sachant que le taux d'intérêt est 6 %.

## Echéance commune : CAS PRATIQUE 2

- ❑ Un commerçant devrait régler, par un paiement unique, le 13 octobre 2021, les dettes suivantes :
  - ✓ 160.000 FC, au 08 octobre 2021
  - ✓ 100.000 FC, au 10 octobre 2021
  - ✓ 90.000 FC au 23 octobre 2021
  
- ❑ Calculer le montant de ce règlement unique sachant que le taux d'intérêt est 6 %.

- Notons bien que l'échéance n'est pas un délai mais, une date. Elle est, par exemple, la date d'expiration, pour un chèque et pour un effet de commerce (traite) ; la date de remboursement, pour un crédit.

## ESCOMPTE A INTERET SIMPLE

## **I.IV. VENDE A TEMPERAMMENT**

- ❑ La vente à tempérament est celle dans laquelle l'acheteur peut se libérer, en payant un acompte à l'achat, et en effectuant une série des paiements partiels dont les règlements sont échelonnés à des intervalles de temps réguliers.
- ❑ Les intervalles de temps sont généralement mensuels.
- ❑ L'acompte est la partie payée au comptant et qui est généralement fixée en pourcentage du prix total.

## **VENTE A TEMPERAMMENT**

- ❑ Le solde qui est payé en une série des versements périodiques constitue le crédit accordé à l'acheteur à tempérament.
- ❑ Etant donné que le solde constitue le crédit, le vendeur se rémunère par un intérêt appelé "chargement", qu'on détermine de la manière suivante:

✓ **Chargement (Intérêt) = (m x n ) – C**

Où m : Versement périodique;

n : Nombre de versements;

c : Crédit.

**VENTE A TEMPERAMMENT**

□ En plus de l'intérêt sur la somme laissée à la disposition de l'acheteur, il est porté sur son compte certains frais engagés et commissions, dont notamment :

- ✓ Frais de dossier;
- ✓ Frais de notaire;
- ✓ Frais de recouvrement de créances;
- ✓ Frais de risque de non paiement;
- ✓ Coût de fluctuation de la monnaie;

## **VENTE A TEMPERAMMENT**

- ❑ Ces différents frais sont souvent exprimés en taux forfaitaires à appliquer sur le prix de vente au comptant et ont pour conséquence d'alourdir le prix d'achat.
- ❑ De ce qui précède, deux problèmes se posent dans les opérations de vente à tempérament, à savoir :
  - ✓ **(i)** La détermination du taux réel d'intérêt à payer par l'acheteur à tempérament (t);
  - ✓ **(ii)** La détermination du montant de la mensualité (m).

## VENTE A TEMPERAMMENT

## (i) Calcul du taux réel d'intérêt

- Détermination l'échéance moyenne du crédit (c'est-à-dire la date à laquelle l'acheteur peut rembourser tout le crédit en une seule fois) par la formule suivante:

$$\checkmark \quad \bar{n} = \frac{n+1}{2}$$

- Déterminer le crédit dont bénéficie l'acheteur, en faisant la différence entre le prix au comptant (P.V) et l'acompte (A), soit :

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Calcul du taux réel d'intérêt

✓ **SOLDE ou CREDIT = P.V – ACOMPTE**

□ Déterminer le chargement (Ch) qu'il paie en achetant à tempérament :

✓ **Ch = (m x n) – Cr**

Où Ch : Chargement ;

m : Versement périodique;

n : Nombre de mensualité

Cr : Crédit

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Calcul du taux réel d'intérêt

- Dans le cas où il y aurait des retenues forfaitaires (Frais de dossier, de notaire, etc), les calculer et les ajouter à l'intérêt, pour avoir le cout total du crédit (Charge totale ou chargement)
- Déterminer le taux réel d'intérêt ( $t$ ), par le raisonnement suivant : pour un crédit  $C$ , remboursement en  $n$  mois, l'acheteur paie une charge totale égale au coût du crédit. A quel taux a-t-il emprunté? D'où la formule:

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Calcul du taux réel d'intérêt

$$\checkmark \quad t = \frac{1.200 \times \text{Charge Totale}}{\text{Crédit} \times n}$$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Taux réel d'intérêt (Cas pratique)

- Vous achetez un article qui coûte 198 000FC. Vous payez un acompte de 20% et le solde est à payer en 60 mensualités de 3 000FC chacune. A quel taux d'intérêt le fournisseur vous a-t-il octroyé le crédit?

### Données

- ✓  $PV = 198\ 000\text{FC}$
- ✓  $A.C = 20\% \text{ de } 198.000\ \text{FC} = 39\ 600\ \text{FC}$
- ✓  $n = 60 \quad m = 3\ 000\text{FC}$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Taux réel d'intérêt (Cas pratique)

### Résolution

- ✓ Ech. Moy. :  $\bar{n} = \frac{n+1}{2} = \frac{60+1}{2} = \frac{61}{2} = 30,5 \text{ mois}$
- ✓ Crédit :  $Cr. = P.V - Ac$
- ✓  $Cr. = 198\ 000 - 39\ 600 = 158.400 \text{ FC}$
- ✓  $\text{Chargement (Ch)} = (m \times n) - Cr$
- ✓  $Ch = (3.000 \text{ FC} \times 60) - 158.4000 \text{ FC}$   
 $= 21.6000 \text{ FC}$

**N.B. : Retenues forfaitaires : 0 (Il y en a pas).**

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Taux réel d'intérêt (Cas pratique)

### Résolution

$$\checkmark t = \frac{1.200 \times Ch.}{Cr. \cdot X\bar{n}}$$

$$\checkmark = \frac{1.200 \times 21.600}{158.400 \times 30,5} =$$

$$\checkmark = 5,37\%$$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (i) Taux réel d'intérêt (Cas pratique 2)

- exercice précédent, tout en sachant que l'acheteur a supporté 2,5% de frais de dossier et 1,5% de commission de financement

### Données

✓ Frais doss.  $0,025 \times 198\,000 = 4\,950$  FC

✓ Frais com.  $0,015 \times 198\,000 = 2\,970$  FC

✓ Intérêt  $= \underline{21\,600}$  FC  
 $29\,520$  FC

✓  $t = \frac{1.200 \times Ch}{Cr \cdot \bar{x}n} = \frac{1.200 \times 29.520 \text{ FC}}{158.400 \times 30,5} = \mathbf{7,33\%}$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## **(ii) Calcul de la mensualité**

- Déterminer la charge totale (ou chargement), selon que le vendeur a stipulé son coût, soit :
  - ✓ sous forme de taux forfaitaire;
  - ✓ soit sous forme de taux d'escompte à convertir en taux forfaitaire;
  - ✓ soit sous forme de taux réel d'intérêt.
  
- Si le chargement est exprimé sous forme de taux forfaitaire, il faudra expliquer ce taux sur le crédit, pour avoir le montant du chargement.

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (ii) Calcul de la mensualité

- Si le chargement est exprimé sous forme de taux d'intérêt réel, il faudra le calculer par la formule suivante:

$$\checkmark \quad Ch. = \frac{Cr. \times t(ir) \times \bar{n}}{1.200}$$

- Si le chargement est exprimé sous forme du taux d'escompte, il faudra d'abord le transformer en taux forfaitaire :

$$\checkmark \quad TF = \frac{t(esc) \cdot \bar{n}}{12}$$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (ii) Calcul de la mensualité (Cas pratique)

- Déterminer le montant de la mensualité par la formule ci-après :

$$✓ \quad m = \frac{\text{Crédit Chargé}}{n}$$

## (ii) Calcul de la mensualité (Cas pratique)

- ❑ Le prix de vente au comptant d'un article est de 300.000FC. Le fournisseur le vend à tempérament moyennant un acompte de 40%; le solde est payable en 5 mensualités égales. Le taux forfaitaire est de 50% sur le crédit. Déterminer le montant de la mensualité

- ❑ Données

- ✓  $P.V = 300.000FC$ ;  $A_c = 120.000FC$
- ✓  $n = 5$
- ✓  $TF = 50\%$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (ii) Calcul de la mensualité (Cas pratique)

### □ Résolution

- ✓ Ech. Moy. = 3
- ✓ Cr. = 180 000 F
- ✓ Ch. =  $0,50 \times 180.000 = 90.000 \text{FC}$
- ✓ Crédit chargé =  $180.000 + 90.000$   
= 270.000FC
- ✓ Mensualité =  $270 000 \text{ FC} / 5$
- ✓ = 54 000 FC

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (ii) Calcul de la mensualité (Cas pratique 2)

□ Pour acquérir un bien qui coûte 180.000 FC, vous pouvez l'acheter à tempérament moyennant un acompte de 45%, et sept mensualités égales, comprenant un taux réel d'intérêt de 200% sur le crédit. Déterminez la mensualité.

### □ Données

✓  $P.V = 180\ 000\ \text{FC}; A_c = 81\ 000\ \text{FC}$

✓  $n = 7$

✓  $t(\text{ir}) = 200\%$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

## (ii) Calcul de la mensualité (Cas pratique 2)

### □ Résolution

$$\checkmark \text{ Ech. Moy.} = 4$$

$$\checkmark \text{ Cr.} = 99\,000 \text{ F}$$

$$\checkmark \text{ Ch.} =$$

$$\frac{Cr \cdot xt(ir) \cdot \bar{n}}{1.200} = \frac{99.000FC \times 200 \times 4}{1.200} = 66.000FC$$

$$\checkmark \text{ Crédit chargé} = 99.000 + 66.000 \\ = 165.000FC$$

$$\checkmark \text{ Mensualité} = 165\,000 \text{ FC} / 5$$

$$\checkmark = 23\,517,43 \text{ FC}$$

**VENTE A TEMPERAMMENT**

**I.V.**

**GESTION DES COMPTES DE  
LA CLIENTELE PAR LES  
BANQUES**

- ❑ Les banques qui jouent le rôle d'intermédiation entre les personnes à capacité de financement et celles en besoin de financement, sont tenues d'ouvrir un compte pour suivre les opérations réalisées avec leurs différents clients.
- ❑ Lors de la mise en relation entre une banque et son client, une des premières actions, après les diligences de nécessaires de KYC, est l'ouverture de compte.

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

❑ De ce qui précède, nous pouvons déduire qu'il y a deux personnes qui interviennent :

- ✓ **Le teneur de compte** : est l'établissement de crédit, qui est en relation avec une personne appelée « Cliente » et qui est autorisé à collecter les dépôts auprès du public;
- ✓ **Le titulaire de compte**: est la cliente, personne morale ou physique, qui a ouvert un compte auprès d'un établissement de crédit.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

- ❑ L'ouverture d'un compte bancaire doit être sanctionnée par la signature d'une convention écrite et signée entre les deux parties (banque et son client) dont une copie est remise au client.
  
- ❑ Conformément à la loi bancaire congolaise, toute personne physique ou morale a droit à l'ouverture d'un compte dans les livres d'un établissement de crédit habilité par la Banque Centrale du Congo à recevoir et à collecter des fonds du public.

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

- ❑ En cas de refus d'ouverture de compte **non motivé** opposé par trois établissements de crédit successivement, la Banque Centrale du Congo désigne d'office un établissement de crédit qui est tenu d'ouvrir un compte de dépôt donnant droit à un service financier minimum.
  
- ❑ Un compte bancaire est défini comme un tableau mis en place par une banque, au nom d'une autre personne (cliente de la banque : personne physique ou morale), dans lequel s'enregistrent les opérations intervenues entre ces deux personnes.

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

- ❑ Ces opérations perdent leur individualité propre et forment un tout indivisible, dont seul le solde est soit débiteur ou crédeur.
  
- ❑ Le solde est dit crédeur, lorsque c'est la banque qui doit à son client (Dépôts)
  
- ❑ A contrario, il est dit débiteur, lorsque c'est le client qui doit à la banque (Créances). On parlerait dans ce cas de découvert bancaire.

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

- ❑ En général, nous distinguons deux types de compte :
  - ✓ Compte courant ou compte à vue;
  - ✓ Compte épargne.

❑ **Compte à vue** est un compte qui enregistre les opérations débitrices et créditrices entre la banque et son client, et dont le solde disponible peut être retiré à tout moment (à vue);

✓ Son solde peut être débiteur (découvert bancaire) ou créditeur

✓ En cas de solde débiteur dans la limite autorisée par les autorités compétentes de la banque, on parle de « **découvert bancaire autorisé** ». C'est-à-dire la banque a octroyé un crédit à décaissement à son client sous forme de découvert bancaire.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

- ✓ Et ce dernier a tiré totalement ou partiellement sur le montant du découvert mis en place.
- ✓ Il peut s'agir également d'un solde débiteur alors qu'aucun crédit sous forme de découvert bancaire n'a été accordé au client. Dans ce cas, on parlerait de « **découvert bancaire non autorisé** ». C'est-à-dire malgré le solde disponible insuffisant, une opération débitrice est passée dans le compte du client, soit par erreur, soit par la volonté de la banque (Exécution d'un engagement sous forme de crédit de signature).

## COMPTES DE LA CLIENTELE

- ✓ Dans les deux cas, solde débiteur couvert par un découvert bancaire ou non, on dirait qu'il s'agit d'une créance pour la banque.
- ✓ En cas de solde créditeur, on parlerait du solde théorique dû au client. Il s'agit des dépôts collectés (Dette pour la banque)

□ **Compte Epargne** : est un compte rémunéré, qui enregistre principalement les opérations créditrices entre la banque et son client, et dont le solde est toujours créditeur et les retraits (opérations débitrices) sont sujets à un certain nombre des conditions dont notamment :

## COMPTES DE LA CLIENTELE

- ✓ Le nombre de retrait sans frais est limité pendant une période ( Deux à trois retraits par mois). Au delà de ce nombre, le client est appelé à supporter des frais de retrait. Dans d'autres cas, il perd le droit de rémunération durant la période (le mois concerné).
- ✓ Les retraits auprès des guichets manuels ne peuvent être effectués qu'à partir des chèques-guichet. Ce qui nécessite la présence physique du client (titulaire du compte). Ce dernier ne peut pas tirer un chèque classique au profit d'une tierce personne.

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

- ✓ Interdiction éventuellement d'effectuer des transferts sur ce compte.
- Il y a une troisième catégorie de compte, appelé **Compte à terme**. Ce dernier ne peut être ouvert que si le client est déjà en relation avec la banque c'est-à-dire qu'il dispose déjà un compte épargne ou à vue. Il s'agit d'un compte dans lequel les fonds déposés sont rémunérés et sont bloqués jusqu'à l'expiration du délai convenu entre les deux parties, à savoir la banque et son client.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

- ❑ En cas de compte dormant pendant une période excédant 10 ans (3650 jours), c'est-à-dire un compte qui n'a pas fait l'objet d'une opération, instruction ou réclamation, de la part de leurs titulaires ou ayants droit, pendant la période sus indiquée, l'institution financière est dans l'obligation de procéder à la clôture dudit compte.
- ❑ Six (6) mois avant l'expiration de la période précitée, l'institution financière concernée doit adresser, une lettre au titulaire du compte, ou à ses ayants droits, susceptible d'être atteint par la prescription.

- ❑ Passé ce délai de 10 ans, les fonds disponibles sont versés à la Banque Centrale du Congo qui les détient pour le compte de leurs titulaires ou ayants droit pendant une période additionnelle de cinq (5) ans.
- ❑ Passé ce délai additionnel, ces fonds sont acquis de droit par le Trésor Public. La BCC est ainsi appelée à les verser dans le compte de ce dernier.
- ❑ Un compte bancaire, principalement un compte à vue enregistre diverses types d'opérations, entre autres :

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

## □ Opérations débitrices

- ✓ Retraits du client à partir des chèques ou autres instruments de paiement, dont notamment le carte bancaire ou la mise à disposition électronique via un Distributeur Automatique des Billets (DAB);
- ✓ Paiements effectués par le client sur base des instruments de paiement :

- ✓ Retraits du client à partir des chèques ou autres instruments de paiement, dont notamment le carte bancaire ou la mise à disposition électronique via un Distributeur Automatique des Billets (DAB);
- ✓ Retours impayés;
- ✓ Frais de tenue de compte;
- ✓ Agio sur escompte;
- ✓ Remboursement d'un emprunt;
- ✓ Avis à Tiers Détenteur émis sur un client de la banque;

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

- ✓ Frais et commission de mise en place d'un crédit ;
- ✓ Mise en place d'un Dépôt à Terme sur demande du client ;
- ✓ TVA sur les commissions et autres frais bancaires
- ✓ Intérêts débiteurs ;
- ✓ TVA sur les intérêts débiteurs
- ✓ Paiements effectués par le client au profit des tiers sur base des instruments de paiement :

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

❖ Un instrument de paiement est tout moyen, quelque soit le support utilisé (physique ou électronique), permettant à toute personne cliente de la banque d'effectuer un transfert ou un virement des fonds au profit d'une autre personne détentrice également d'un compte bancaire dans la même banque ou dans une autre banque. Il peut s'agir de chèque, lettre de change, billet à ordre, ordre de virement, ordre de transfert et carte de paiement;

## **COMPTES DE LA CLIENTELE**

❖ On parle d'instrument de paiement électronique lorsqu'il s'agit d'un dispositif qui permet d'effectuer des paiements par voie électronique ou numérique, sans support papier.

## □ Opérations créditrices

- ✓ Versements effectués par le client ou en sa faveur ;
- ✓ Factures et effets encaissés pour compte du client ;
- ✓ Valeur nominale sur remise d'effets à l'escompte;
- ✓ Transferts ou virements effectués en faveur du client;
- ✓ Intérêts créditeurs;

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## ❑ Opérations créditrices

- ✓ Mise en place d'un crédit bancaire à décaissement (à l'exception du découvert bancaire);

## ❑ Opérations créditrices

✓ Mise en place d'un crédit bancaire à décaissement (à l'exception du découvert bancaire);

✓

## Quelques expressions à retenir

- ❑ **Date de l'opération** : Date effective de l'exécution d'une instruction ou de comptabilisation d'une opération dans le compte du client de la banque
- ❑ **Date Valeur** : Date à laquelle une somme comptabilisée dans le compte courant du client commence à produire ses effets. La date de valeur correspond à la date réelle de prise en compte d'une opération effectuée sur un compte bancaire.

**Dans les transactions financières et bancaires, la date la plus importante est la date valeur.**

**COMPTES DE LA CLIENTELE**

## Quelques expressions à retenir

- ✓ Un versement effectué et comptabilisé le 05/01/2023, mais qui a comme date valeur le 08/01/2023, ne devient disponible pour le client qu'à la date valeur (08/01/2023)
- Les dates valeur utilisées généralement par les banques sont détaillées ci-dessous :

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Quelques expressions à retenir

<b>Description</b>	<b>Date valeur</b>
Solde à nouveau	Epoque antérieure.
Opération créditrice	Le lendemain de la date de l'opération
Opération débitrice	La veille de la date de l'opération
Effets tirés sur la banque	Date de l'échéance
Effets remis à l'encaissement	Date de l'échéance

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Quelques expressions à retenir

- ❑ **Epoque** : est la date d'arrêté du compte. Les différentes époques correspondent généralement à la fin de chaque mois : 31/01; 28/02.....; 31/12. C'est à cette date que les banques chargent généralement les clients des frais de tenue de compte et enregistrent les intérêts créditeurs dans les comptes épargne.
- ❑ **Date de clôture** : date de la fin du contrat entre la banque et son client, qui est sanctionnée par la fermeture du compte.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Quelques expressions à retenir

- ❑ Titulaire du compte : c'est celui au nom duquel le compte courant est ouvert (en général, le client de la banque).
- ❑ Teneur de compte : celui qui tient le compte courant (la banque).

## Quelques expressions à retenir

- ❑ **Solde du compte courant** : C'est la différence entre les mouvements débiteurs et créditeurs, y compris le solde à nouveau (solde d'ouverture de la période). Il est peut être débiteur ou créditeur
- ❑ Le solde du compte courant peut être créditeur mais sans que les fonds ne soient disponibles pour une opération de retrait, de transfert ou de virement. Tout comme, le solde peut être débiteur mais avec une possibilité pour le client d'initier une opération de retrait, de virement ou de transfert.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Quelques expressions à retenir

- ❑ Cela est possible dans le cas où le client est bénéficiaire d'un crédit sous forme de découvert bancaire.
- ❑ **Le solde disponible** : est le montant maximum qui peut être débité sur le compte courant d'un client, quelle que soit la nature de son solde.
- ❑ Généralement, il correspond au solde du compte courant majoré du montant de découvert non encore utilisé.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Types de compte courant

- ❑ Deux grandes méthodes étaient employées dans la tenue des comptes courants et d'intérêts
  - ✓ la méthode de totalisation ;
  - ✓ et la méthode de solde ou méthode hambourgeoise.
  
- ❑ La méthode de totalisation peut être soit directe, soit indirecte.
  
- ❑ Elle est dite directe lorsque le calcul d'intérêt s'effectue de la valeur, à la date d'arrêté du compte (époque).

## Types de compte courant

- ❑ Indirecte lorsque l'intérêt produit par chaque capital est calculé en partant de la date antérieure d'arrêté, à la date de valeur de l'opération (c'est-à-dire de l'époque antérieure à la valeur
- ❑ La méthode de solde ou méthode hambourgeoise se décompose en deux version:
  - ✓ Méthode hambourgeoise à valeurs ordonnées
  - ✓ Méthode hambourgeoise à valeurs interverties.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Types de compte courant : Méthode Directe

- ❑ L'intérêt produit par chaque capital est directement calculé de la valeur de l'opération, à la date d'arrêté du compte; et le solde est trouvé par la différence entre les capitaux débiteurs et capitaux créditeurs.
- ❑ Bien entendu, le solde des intérêts doit préalablement être inscrit, selon le cas, au débit ou au crédit de la colonne des capitaux.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

## Types de compte courant : Méthode indirecte

- ❑ L'intérêt produit par chaque capital est indirectement calculé, de la date d'arrêté antérieure à la date valeur de l'opération.
  
- ❑ Et le solde à nouveau, débiteur ou créditeur, de la période ultérieure à la période considérée, provient du solde des capitaux et des intérêts.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

# Types de compte courant : Méthode Hambourgeoise à valeurs ordonnées

- ❑ Pour toutes les opérations, l'enregistrement s'effectue à la fin de la période de tenue des comptes, selon l'ordre chronologique des valeurs; et l'intérêt produit par chaque solde est directement calculé d'une valeur à l'autre.

## COMPTES DE LA CLIENTELE

# Types de compte courant : Méthode hambourgeoise à valeurs interverties

- les opérations sont enregistrées chronologiquement : autrement dit, les dates d'opérations sont ordonnées; alors que les dates de valeurs ne le sont pas (elles sont interverties).

## COMPTES DE LA CLIENTELE

# Compte courant

BANQUE X					
Compte n°	1234567890			Solde d'Ouverture	xxxxxxx
Devise	USD			Solde fin période	xxxxxxx
Type de compte	Compte Courant Entreprise				
Pour la Période de	oct-20			Solde disponible	xxxxxxx
Nom sur le compte	xxxxxxxxxx			Crédit total	xxxxxxx
Adresse	xxxxxxxxxx			Débit total	xxxxxxx
				Decouvert bancaire mis en place	200 000,00
<b>Date de l'opération</b>	<b>Date valeur</b>				
		<b>Les details des transactions</b>		<b>Débit</b>	<b>Crédit</b>
					<b>Solde</b>

## COMPTES DE LA CLIENTELE

Taux d'intérêt dégressif  
taux d'intérêt fixe  
commission de notification  
Commission d'acceptation  
Commission de suivi mensuel

## **II. OPERATIONS FINANCIERES A MOYEN ET LONG TERME**

# Contenu des opérations fin. à L&T      Page

---

1 Intérêts composés

---

2 Escompte à intérêts composés

---

3 Échéance moyenne et commune à  
moyen et long terme

---

4 Annuités

---

5 Amortissement des emprunts

---

5 Rentes

---

## **II.1. INTERETS COMPOSES**

# II.1. INTERET COMPOSES

## Définition :

- Un capital est placé à intérêt composés, lorsqu'à la fin de chaque période (une année en général), les intérêts simples rapportés s'ajoutent au capital pour produire encore des intérêts pendant les périodes qui suivent.
- Ainsi, une somme de 10.000 FC, par exemple, placée à 5 %, donnera, la première année, 500 FC d'intérêts simples qui s'ajouteront au capital initial pour le porter à  $10.000 \text{ FC} + 500 \text{ FC} = 10.500 \text{ FC}$ .

## INTERET COMPOSES

- Ce nouveau capital de 10.500 FC produira, au cours de la seconde année, à 5 %, 525 FC d'intérêts qui, capitalisés à leur tour, porteront le capital précédent à  $10.500 \text{ FC} + 525 \text{ FC} = 11.025 \text{ FC}$  qui, à son tour produira aussi les intérêts au cours de la 3<sup>ème</sup> année, ainsi de suite.
- On dit dans ce cas, que *les intérêts se capitalisent* (ils deviennent des capitaux) à la fin de chaque année; d'où l'expression "*capitalisation des intérêts*" qui est la caractéristique des prêts à intérêts composés.

## INTERET COMPOSES

## Formule des intérêts composés

- Calculer la valeur acquise  $C_n$  d'un capital  $C$ , placé à intérêts composés, pendant  $n$  années, au taux  $i$  pour 1. Pendant la première année,  $C$  a produit l'intérêt  $Ci$ , donc il ( $c$ ) devient *après un an* :

$$C + Ci = c(1 + i)$$

□ D'où le principe suivant : « *la valeur acquise par un capital s'obtient donc en multipliant ce capital par l'expression  $(1 + i)$*  ».

□ Pendant la 2<sup>ème</sup> année, la somme  $C(1+i)$  devient  $C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$ .  
Après la 3<sup>ème</sup> année, il devient :

$$C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3.$$

Après  $n$  années,  $C$  sera égal à  $C(1+i)^n = CU^n$

## INTERET COMPOSES

## Remarques :

- Dans la formule précédente, les expressions  $U$ ,  $U^2$ ,  $U^3$ ....  $U^n$  représentent les valeurs acquises par 1 F, placé à intérêts composés, au taux  $i$  pour 1, à la fin de la 1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup>, 3<sup>è</sup> ...  $n^è$  année. La table financière I donne ces valeurs de  $U^n$ . On peut donc trouver la valeur acquise, soit par *la méthode logarithmique*, soit par *la méthode financière*, soit

$$C_n = C(1+i)^n \text{ ou } \log C_n = \log C + n \log(1+i) \quad C_n = C(1+i)^n$$

- ❑ Contrairement aux formules relatives aux intérêts simples qui donnent directement l'intérêt d'un placement, la formule des intérêts composés donne *la valeur acquise par le capital placé*. On obtiendrait l'intérêt composé, *en faisant la différence entre cette valeur acquise et le capital initial*, soit  $I = C_n - c$ .
- ❑ L'expression  $(1+i)^n$  peut être étudiée, soit en fonction du taux  $i$ , soit en fonction de la durée  $n$ , le taux  $i$  étant supposé fixe. Dans un cas ou dans un autre, l'expression graphique de  $(1+i)^n$  est une *fonction croissante du taux  $i$*  ; c'est-à-dire les valeurs acquises croissent avec l'augmentation du taux  $i$ . De même,

## INTERET COMPOSES

- c'est-à-dire les valeurs acquises croissent avec l'augmentation du taux  $i$ . De même,  $(1+i)^n$  est une fonction croissante du temps ( $n$ ). La valeur acquise augmente en *fonction du temps* ( $n$ ) ; elle croît quand la durée du placement augmente. (Voir table financière n° I).

## Calcul de la valeur acquise

Rappelons la formule générale :  $C_n = C(1+i)^n$

□ Calculer, au bout de 7 ans, la valeur acquise par un capital de 2.875FC, placé à intérêts composés, au taux de 0,06 pour 1 (Capitalisation annuelle).

□ L'expression  $(1+i)^n$  qui est d'un emploi permanent en mathématiques financières a été mise en tables et fait l'objet de la table financière n° 1.

- Pour  $i = 0,06$  et  $n = 7$ , la table financière I donne pour  $(1,06)^7$  le nombre 1,503630; on a donc  $C_n = c (1+i)^n$ , soit
- $$C_7 = 2.875 \text{ FC } (1,06)^7 = 2.875 \text{ FC } \times 1,503630$$
- $$= 4322,94 \text{ FC}$$

## INTERET COMPOSES

## Calcul du taux

□ A quel taux a-t-on placé, pendant 11 ans, un capital de 2.000 FC, pour acquérir une valeur de 3.604,18 FC ?

**$c = 2.000$  FC ; capitalisation annuelle**

**$n = 11$ ;  $C_n$  (val. Acq.) = 3.604,18 FC**

**$i = ?$**

On doit avoir  $C_n = C (1+i)^n$

Soit  $3.604,18 \text{ FC} = 2.000 (1+i)^{11}$

D'où

$$(1+i)^{11} = \frac{3.604,18FC}{2.000FC} = 1,802092$$

□ Le nombre 1,802092 cherché dans la table financière I, *sur la ligne 11*, se trouve dans la colonne correspondant au taux 5,5 %, donc  $i = 0,055 = 5,5\%$

## INTERETS COMPOSES

## Calcul de la durée de placement

- Pendant combien de temps (semestres) a-t-on placé à 3,25 % un capital de 4.000 FC, pour acquérir une valeur de 5.334,22 FC ? (Capitalisation semestrielle).
- Données :  $C = 4.000 \text{ FC}$  ;  $i = 0,0325$  ;  
 $C_n = 5.334,22 \text{ FC}$  ;  $n = ?$

On doit avoir  $C_n = c (1+i)^n$

Soit  $5334,22 \text{ FC} = 4000 \text{ FC} \times (1,0325)^n$

$$\text{D'où } 1,0325^n = \frac{5.334,22 \text{ FC}}{4000 \text{ FC}} = 1,33355$$

## INTERETS COMPOSES

- Ce nombre (1,33355), dans la table financière n° 1, est recherché dans la colonne 3,25 % ; il se trouve sur la ligne correspondant à la période 9, donc  
**n= 9 Semestres**

## INTERETS COMPOSES

# Recherche du capital placé

- Quel est le capital qui, placé au taux d'intérêts composés de 4 % pendant 10 ans, a acquis une valeur de 37.006,10 FC ?

On doit avoir  $C_n = C (1+i)^n$ , soit 37006,10 FC  
=  $C (1,04)^{10}$ .

$$\text{D'où } C = \frac{37.006,10 \text{ FC}}{(1,04)^{10}} = \frac{37.006,10}{1,480244} = 25\,000 \text{ FC}$$

## Autres solutions par table Financière

□ La formule  $C_n = C (1+i)^n$  conduit à  $C = \frac{C_n}{(1+i)^n}$

qui s'écrit aussi  $C = C_n (1+i)^{-n}$

L'expression  $(1+i)^{-n}$ , inverse de  $(1+i)^n$  a été également mise en table (table financière n° II). Pour résoudre le problème précédent, il suffit d'écrire.

$$C_n = C(1+i) \rightarrow C = \frac{C_n}{(1+i)^n} \rightarrow C = C_n (1+i)^{-n},$$

$$C = C_n (1+i)^{-n} = 37000,10 \times (1,04)^{-10}$$

$$37006,100 \text{ FC} \times 0,675564 = 24.999,99 \simeq 25 \text{ 000 FC}$$

0,675564 étant fourni par la table II, pour  $i = 4 \%$  et  $n = 10$ .

## INTERETS COMPOSES

## Calcul de la valeur acquise dans le cas où la durée du placement n'est pas un nombre entier

- ❑ Calculer la valeur acquise par un capital de 2.000 FC placé à intérêts composés, au taux annuel de 5 %, au bout de 7 ans et 3 mois.
- ❑ **Solutions**: On calcule la  $C_n$  (valeur acquise) par le capital placé au bout de 7 années, puis on ajoute à cette valeur acquise son intérêt simple pendant  $3/12$  d'année.

$$C_n = C(1 + i)^n$$

$$\square \text{ Ainsi, } C_7 = 2.000 \text{ FC} \times 1,05^7 = 2.000 \text{ FC} \times 1,407100 \\ = 2.814,20 \text{ FC.}$$

$$C_7 \frac{3}{12} = 2.814,20 \text{ FC} + (2814,20 \text{ FC} \times 0,05 \times \frac{3}{12}) \\ = 2.814,20 \text{ FC} + 35,18 = 2.849,38 \text{ FC} \simeq 2,849 \text{ FC}$$

**INTERETS COMPOSES**

## 2<sup>ème</sup> méthode : Utilisation de la table I bis

□ On cherche à calculer  $C_{7 \frac{3}{12}} = 2.000 \text{ FC} \times 1,05^{7 \frac{3}{12}}$

Le second nombre de cette équation peut s'écrire :

$2.000 \text{ FC} \times 1,05^7 \times 1,05^{\frac{3}{12}}$  or, il existe une table financière,

la table I bis, qui donne la valeur de  $(1 + i)^{m/12}$

m variant de 1 à 12. On aura ainsi :

$$C_n = C(1 + i)^n$$

$$C_{7 \frac{3}{12}} = 2.000 \text{ FC} \times 1,05^{7 \frac{3}{12}}$$

$$C_{7 \frac{3}{12}} = 2.000 \text{ FC} \times 1,05^7 \times 1,05^{\frac{3}{12}}$$

$$C_{7 \frac{3}{12}} = 2.000 \text{ FC} \times 1,407.100 \times 1,012272 = 2.848,73 \text{ FC}$$

## Calcul de la valeur acquise dans le cas d'un taux non tabulaire

- ❑ Calculer la valeur acquise par un capital de 6.000 FC, placé pendant 5 ans à intérêts composés, au taux de 0,044 pour 1.
- ❑ On a  $C_5 = 6.000 \text{ FC} \times 1,044^5$  or, l'expression  $1,044^5$  n'est pas donnée par la table financière, 4,4 % n'étant pas un taux tabulaire. Mais le nombre  $1,044^5$ , est compris entre les nombres  $1,0425^5$ , et  $1,0450^5$ , qui sont donnés par la table I, soit :

$$1,0425^5 = 1,231347$$

$$1,0450^5 = 1,246182$$

- Par interpolation, la fonction  $(1+i)^n$  de  $i$  étant croissante, on aura

$$1,044^5 = 1,0425^5 + \frac{(1,0450^5 - 1,0425^5)(0,044 - 0,0425)}{0,0450 - 0,0425} = 1,240248$$

$$\text{D'où } C_5 = 6.000 \text{ FC} \times 1,240248 = 7441,49 \text{ FC}$$

### Calcul du capital initial dans le cas d'un nombre de périodes non entier

- Un capital  $C$ , placé pendant 4 ans 8 mois à intérêts composés, a acquis une valeur de 8.000 FC - Taux annuel,  $i=0,045$  - Capitalisation annuelle. Déterminez le capital  $C$ . **Utilisation de la table I bis.**

$$\text{On a } C_n = C (1+i)^n$$

$$\text{D'où } C = \frac{C_n}{(1+i)^n} \quad C_n (1+i)^{-n}$$

## INTERETS COMPOSES

Soit  $C = 8.000 \text{ FC} \times (1,045)^{-4\frac{8}{12}}$

L'expression  $1,045^{-4\frac{8}{12}}$  peut s'écrire  $1,045^{-5} \times 1,045^{4/12}$

Le nombre  $1,045^{4/12}$  étant fourni par table financière I bis.

On aura :

$$C = 8.000 \text{ FC} \times 0,802451 \times 1,014780 = 6514,49$$

## INTERETS COMPOSES

## **II.2. ESCOMPTE A INTERETS COMPOSES**

## Formule de l'escompte à intérêts composés

□ Désignons par  $e''$  l'escompte à intérêts composés, par  $a''$  la valeur actuelle correspondante. Calculons  $a''$  de façon que :  $a'' +$  intérêts composés de  $a'' = V$ , c'est-à-dire ( $e'' + a'' = V$ ) ; or,  $a'' +$  ses intérêts composés = valeur acquise à intérêts composés de  $a$ .

soit  $a''(1+i)^n$ , donc on a  $a''(1+i)^n = V$

$$\text{D'où } a'' = \frac{V}{(1+i)^n} = V(1+i)^{-n}$$

$$e'' = V - V(1+i)^{-n} \text{ soit } e'' = V[1 - (1+i)^{-n}]$$

□ On remarque que la valeur actuelle rationnelle  $a'' = V \left( 1 - \frac{1}{1+i} \right)^n$  d'un effet de commerce est donnée, en fonction de la valeur nominale de l'effet, par une formule identique à celle qui permet d'obtenir un capital placé, connaissant sa valeur acquise. ***Tout calcul de la valeur actuelle utilise donc la table financière n° II*** ; et les exemples de calcul d'un capital placé s'appliquent au calcul de la valeur actuelle, à intérêts composés, d'un effet de nominal V.

## □ Exemple

Un effet de commerce de nominal  $V = 100.000$  FC, à l'échéance de 5 ans est négociée au taux de 4 %; calculer sa valeur actuelle et son escompte à intérêts composés.

on aura:  $a'' = V(1 + i)^{-n}$

$$a'' = 100\,000 \text{ FC} \times 1,04^{-5}$$

$$= 100\,000 \text{ FC} \times 0,821927 = 82.192,70 \text{ FC}$$

$$e'' = 100\,000 \text{ FC} - 82192,70 \text{ FC}$$

$$= 17.807,30 \text{ FC}$$

## Effets ou capitaux équivalents

- a) **Un effet de nominal**  $V_1 = 3645,52$  FC, à échéance de 4 ans, est négocié au taux de 5%. A la même date, un autre effet, de nominal  $V_2 = 4.221,30$  FC, à échéance de 7 ans, est négocié dans les mêmes conditions (au même taux de 5%). Calculons les valeurs actuelles respectives de ces deux effets

$$\begin{aligned} a''_1 &= V_1 \cdot 1,05^{-4} = 3.645,52 \text{ FC} \times 0,822702 \\ &= 2.999,18 \text{ FC} \simeq 3\ 000 \text{ FC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a''_2 &= V_2 \cdot 1,05^{-7} = 4.221,30 \text{ FC} \times 0,710681 \\ &= 2.999,99 \text{ FC} = 3\ 000 \text{ FC} \end{aligned}$$

# Problèmes pratiques d'équivalences des capitaux en intérêts composés

## Calcul d'une valeur nominale

On désire remplacer, aujourd'hui, un effet de nominal  $V_1 = 1.000$  FC payable dans 3 ans, par un autre effet payable dans 5 ans. Taux d'escompte 4%. Calculer la valeur nominale  $V_2$  du nouvel effet. Le remplacement n'est légitime que si aujourd'hui les valeurs actuelles des 2 effets sont égales. Ecrivons cette égalité.  $1.000 \text{ FC} \times 1,04^{-3} = V_2 \times 1,04^{-5}$  .

soit :  $1.000 \text{ FC} \times 1,04^2 = V_2$  D'où  $V_2 = 1.000 \text{ FC} \times 1,081600 = \mathbf{1.081,60}_{\text{FC}}$ .

### Calcul d'une échéance

□ On désire remplacer aujourd'hui un effet de commerce de nominal 1.000 FC, payable dans 3 ans, par un effet de 1.100 FC. Taux d'escompte : 4 %. Déterminer l'échéance de ce nouvel effet. Désignons par  $n$  années la durée d'existence de ce nouvel effet, et écrivons aujourd'hui *l'égalité des valeurs actuelles des deux effets*.  $1.000 \text{ FC} \times 1,04^{-3} = 1.100 \text{ FC} \times 1,04^{-n}$

Multiplions les deux membres de l'égalité par  $1,04^n$

$$1.000 \text{ FC} \times 1,04^{n-3} = 1100 \text{ FC}$$

$$D'où \quad 1,04^{n-3} = \frac{1.100FC}{1000FC} = 1,100000$$

Procédons par lecture, puis interpolation dans la table financière n° 1. La table indique pour 2 ans  $1,04^2$

$$= 1,081600. \text{ Pour 3 ans } 1,04^3 = 1,124864$$

$$1,04^{n-3} = 1,1 \text{ est donc compris entre } 1,04^2 \text{ et } 1,04^3$$

$$\text{Nous aurons : } (n-3) = 2 + (3-2) \frac{1,1 - 1,0816}{1,124864 - 1,081600} = 2,43$$

d'où  $n = 2,43 + 3 = 5,43$  ans, soit une échéance intervenant dans environs  $5 \text{ ans } \frac{43}{100}$  de 360 Jours  
Soit égal 5 ans, 5 mois et 5 Jours.

## **II.3. ECHEANCE COMMUNE ET MOYENNE A INTERETS COMPOSES**

- On remplace aujourd'hui 4 effets :

$$V_1 = 2.000 \text{ FC à un an}$$

$$V_2 = 3.000 \text{ FC à 3 ans}$$

$$V_3 = 3.000 \text{ FC à 5 ans}$$

$$V_4 = 2.000 \text{ FC à 7 ans}$$

- Par un effet unique à 4 ans, Taux d'escompte 5 %. Calculer le nominal  $V$  de cet effet unique. Ecrivons aujourd'hui l'égalité entre la valeur actuelle de l'effet remplaçant et la somme des valeurs actuelles des effets remplacés.

## **ECHEANCE COMMUNE ET MOYENNE A** **INTERETS COMPOSES**

$$V \times 1,05^{-4} (2.000 \text{ FC} \times 1,05^{-1}) + (3000 \text{ FC} \times 1,05^{-3}) \\ + (3000 \text{ FC} \times 1,05^{-5}) \\ + (2000 \text{ FC} \times 1,05^{-7})$$

Multiplions les deux membres de l'égalité par  $1,05^4$

## ECHEANCE COMMUNE ET MOYENNE A INTERETS COMPOSES

- On remplace aujourd'hui 4 effets :

$$V_1 = 2.000 \text{ FC à un an}$$

$$V_2 = 3.000 \text{ FC à 3 ans}$$

$$V_3 = 3.000 \text{ FC à 5 ans}$$

$$V_4 = 2.000 \text{ FC à 7 ans}$$

- Par un effet unique à 4 ans, Taux d'escompte 5 %. Calculer le nominal  $V$  de cet effet unique. Ecrivons aujourd'hui l'égalité entre la valeur actuelle de l'effet remplaçant et la somme des valeurs actuelles des effets remplacés.

## **ECHEANCE COMMUNE ET MOYENNE A** **INTERETS COMPOSES**

$$V \times 1,05^{-4} (2.000 \text{ FC} \times 1,05^{-1}) + (3000 \text{ FC} \times 1,05^{-3}) \\ + (3000 \text{ FC} \times 1,05^{-5}) \\ + (2000 \text{ FC} \times 1,05^{-7})$$

Multiplions les deux membres de l'égalité par  $1,05^4$

$$V = (2.000 \text{ FC} \times 1,05^3) + (3000 \text{ FC} \times 1,05) + (3000 \text{ FC} \times 1,05^{-1}) \\ + (2000 \text{ FC} \times 1,05^{-3}) = (2.000 \text{ FC} \times 1,157625) \\ + (3.000 \text{ FC} \times 1,05) + (3.000 \text{ FC} \times 0,952381) \\ + (2.000 \text{ FC} \times 0,863838) \\ = 10.050,07 \text{ FC. la valeur nominale de l'effet unique.}$$

## ECHEANCE COMMUNE ET MOYENNE A INTERETS COMPOSES

- On remplace les 4 effets précédents par un effet unique de nominal 9.800 FC. Taux d'escompte 5 %. Quelle sera l'échéance de ce dernier effet ?  
Ecrivons l'équivalence des 4 effets remplacés et de l'effet unique, l'échéance de ce dernier étant n années.

$$\begin{aligned}
 & (2000 \text{ FC} \times 1,05^{-1}) + (3.000 \text{ FC} \times 1,05^{-3}) + (3000 \text{ FC} \times 1,05^{-5}) \\
 & + (2000 \text{ FC} \times 1,05^{-7}) + (9.800 \text{ FC} \times 1,05^{-n}) \\
 & + (2000 \text{ FC} \times 0,95238) + (3.000 \text{ FC} \times 0,863838) + (3.000 \text{ FC} \times 0,783526) \\
 & + (2000 \text{ FC} \times 0,710681) = 9.800 \text{ FC} \times 1,05^{-n} \\
 & = 8.268,216 \text{ FC} = 9.800 \text{ FC} \times 1,05^{-n}
 \end{aligned}$$

**ECHEANCE COMMUNE**

$$1,05^{-n} = \frac{8268,216FC}{9.800FC} = 0,843695$$

La lecture de la table financière n° II montre que pour :

$$n=3; 1,05^{-n} = 0,863838$$

$$n=4; 1,05^{-n} = 0,822702$$

Par interpolation dans la table financière II et compte tenu du fait que  $(1 + i)^{-n}$  est une *fonction décroissante* de n, on aura :

$$n = 4 - (4-3) \frac{0,843695-0,822702}{0,863838-0,822702} = 3,49 \text{ Mois, soit 3 ans } 49/100 \text{ de } 360 \text{ Jours ce qui donne 3 ans, 5 Mois et 6 Jours.}$$

Les problèmes qui viennent d'être examinés sont les deux aspects du problème d'échéance commune en intérêts composé.

## ECHEANCE COMMUNE

- Cherchons à présent sur le même exemple numérique, et toujours à 5%, quelle serait l'échéance de l'effet unique remplaçant dont la valeur nominale serait la somme des valeurs nominales des effets remplacés, soit ici 10.000 FC. L'équation du problème serait (voir problème précédent) :

$$8268,216 \text{ FC} = 10.000 \text{ FC} \times 1,05^{-n}$$

$$1,05^{-n} = 0,8268216$$

$$n=4, \quad 1,05^{-n} = 0,822702$$

**ECHEANCE MOYENNE**

Par interpolation on obtiendra :

$$n = 4 - (4-3) = \frac{0,8268216 - 0,822702}{0,863838 - 0,822702} = 3,90 \quad , \text{ soit 3 ans et } 9/10 \text{ de 360 Jours}$$

ce qui donnera = 3 ans 10 mois 24 jours.

Nous venons de résoudre un problème d'échéance moyenne (car valeur nominale du capital remplaçant = somme des valeurs nominales des capitaux remplacés, à intérêts composés).

**ECHEANCE MOYENNE**

## **II.3. ANNUITES**

# Définition de l'annuité

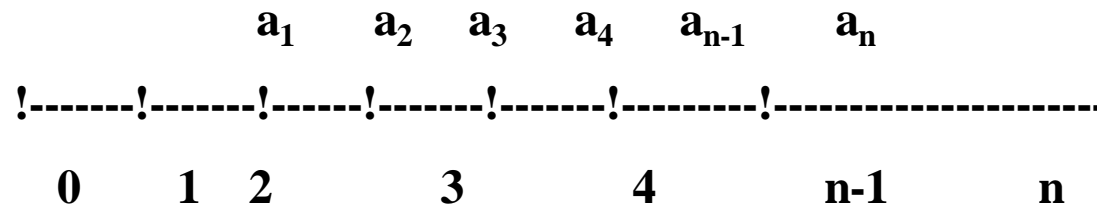
- ❑ On considère sous le nom d'annuité une *suite de règlements* effectués à *intervalles de temps égaux*.
  
- ❑ Une suite d'annuités sera définie lorsqu'on aura précisé:
  - ✓ le nombre des versements;
  - ✓ le montant de chacun des versements;
  - ✓ la période : intervalle de temps constant qui sépare deux versements consécutifs;
  - ✓ la date de premier versement.
  
- ❑ "*origine*" d'une suite d'annuités est *la date qui se situe à une période avant le versement de la première annuité*.

# Définition de l'annuité

*e annuité.*

**ANNUITES**

- Une suite d'annuités pourra être schématisée de la façon suivante.

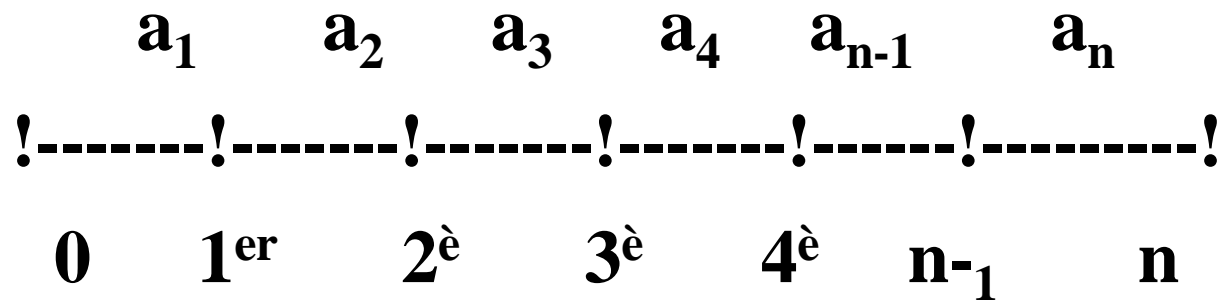


- Les annuités versées peuvent être égales entre elle (annuités constantes) ou non (annuités variables).
- Elles ont généralement pour objectif :
  - ✓ soit la constitution d'un capital;
  - ✓ soit le remboursement (ou amortissement) d'un emprunt.

## ANNUITES

## Valeur acquise d'une suite d'annuités

- Une suite d'annuités est constituée de  $n$  termes égaux chacun à  $F$ . Les termes versés portent intérêts composés au taux  $i$  pour  $1F$ , le taux  $i$  étant relatif à la période qui commande la suite d'annuités. Cela est illustré par le schéma ci-après :



**ANNUITES**

- ❑ On appelle valeur acquise (ou définitive) d'une suite d'annuités et on désigne par  $V_n$ , la somme (évaluée immédiatement après le versement de la dernière annuité) des valeurs acquises par  $n$  annuités.
- ❑ Tableau N° 24 : Valeur acquise d'une suite d'annuités

Annuités	Epoques de versement	Durées de capitalisation	Valeurs acquises
1	1	$n-1$ période	$a(1+i)^{n-1}$
2	2	$n-2$ période	$a(1+i)^{n-2}$
3	3	$n-3$ période	$a(1+i)^{n-3}$
$n-1$	$n-1$	1 période	$a(1+i)$
$n$	$n$	0 période	$a(1+i)^0 = a$
			$V_n$

## ANNUITES

□  $V_n$  est égale à une somme de termes en progression géométrique, de raison  $(1 + i)$ . Si, dans la colonne "valeurs acquises", les termes de la somme sont lus de bas en haut, on aura donc, a étant le premier terme de la progression,  $(1 + i)$ , la raison et  $n$  le nombre de termes.

$$V_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

**N.B.:** La valeur de l'expression  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$  est donné par la table Financière. La notion de valeur acquise d'une suite d'annuités se rencontre surtout dans le cas constitution, à l'aide de versements annuels égaux, d'un capital dont la valeur, égale à  $V_n$ , est donnée par la formule précédente.

## ANNUITES

- a) En fonction de  $i$ ,  $n$  étant supposé constant,  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$  est une ***fonction croissante de la variable  $i$*** , ceci est évident. Cette conclusion est confirmée par l'examen de la table financière III, dont les valeurs augmentent avec l'augmentation du taux.
- b) En fonction de  $n$ ,  $i$  étant supposé constant,  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$  est une ***fonction croissante de  $n$*** . Ici encore c'est évident. La table financière III confirme d'ailleurs cette conclusion.

### ***Calcul de la valeur acquise ( $V_n$ )***

- Calculer la valeur acquise d'une suite de 15 annuités constantes et égales chacune à 1.000 FC. Taux de capitalisation 5,5%.

$$\square \text{ On aura : } V_{15} = 1000 \text{ FC } \frac{(1,055)^{15} - 1}{0,055}$$

$$= 1.000 \text{ FC } \times 22,408663$$

$$= 22.408,66 \text{ FC.}$$

Le nombre 22,408663 étant tiré de la table financière III.

### Calcul de l'annuité (a)

20 annuités constantes capitalisées à 6 % ont donné une valeur définitive de 100.000 FC. Calculer l'annuité. La formule donnant  $V_n$  nous permet d'écrire ceci :

$$\text{Si } V_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a = \frac{V_n}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}}, \quad \text{d'où } a = V_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Les tables financières auxquelles nous nous sommes attachés ne donnent pas la valeurs de l'expression  $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$  inverse l'expression  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

## ANNUITES

□ Cependant, l'expression  $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$  peut être obtenue simplement à *l'aide de la table financière n° V* (dont nous reparlerons ultérieurement). Ainsi, la table V est l'inverse de la table III (pour le même taux et la même durée) différent de  $i$ . On obtiendra donc l'expression.

qui est fournie par la table financière III.  
 $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

□ Cependant, l'expression  $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$  peut être obtenue simplement à *l'aide de la table financière n° V* (dont nous reparlerons ultérieurement). Ainsi, la table V est l'inverse de la table III (pour le même taux et la même durée) différent de  $i$ . On obtiendra donc l'expression  $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$  en retranchant  $i$  du nombre tiré de la table V.

## ANNUITES

Ainsi, dans notre problème :  $V_n = 100.000 \text{ FC}$  ;  $n = 20$  ;  $i = 6 \%$ ,  $a =$

$$\text{Ainsi : } a = 100.000 \text{ FC} \times \left( \frac{0,06}{1,06^{20} - 1} - 0,06 \right)$$

$$a = 100.000 \text{ FC} [(0,087185) - 0,06] = 2718,50$$

## Calcul du taux (i)

- 15 annuités constantes de 5.000 FC chacune ont donné une valeur acquise de 100.000 FC. Déterminer le taux de capitalisation.

L'application de la formule de base conduit à

écrire  $\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{V_n}{a}$ , soit

$$\frac{(1+i)^{15} - 1}{i} = \frac{100.000 \text{ FC}}{5.000 \text{ FC}} = 20,000000$$

**ANNUITES**

On sera donc amené à une interpolation dans la table financière n° III, n = 15 qui indique que :

$$\text{Pour } i = 3\frac{3}{4}\%, \frac{(1+i)^{15} - 1}{i} = 19,655654$$

$$i = 4\% \quad \frac{(1+i)^{15} - 1}{i} = 20,023588$$

$$\text{On aura } i = 3,75 + (4-3,75) \frac{20-19,655654}{20,023588-19,655654} = 3,98$$

### **Calcul du nombre d'annuités (ce nombre devant être un nombre entier)**

□ A l'aide d'annuités de 10.000 FC, capitalisées à 5 %, on veut constituer un capital de 150.000 FC. Déterminez le nombre de ces annuités.

**ANNUITES**

Nous savons que  $\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{Vn}{a}$

$a = 10.000 \text{ FC}$        $i = 5 \%$ ,       $Vn = 150.000 \text{ FC}$ ,  $n = ?$

$$Ici = \frac{(1,05)^n - 1}{0,05} = \frac{150.000}{10.000} = 15,000.000$$

La lecture de la table financière III nous montre que

$$\frac{1,05^n - 1}{0,05} = 15$$

□ est pour une valeur de  $n$  comprise entre 11 et 12, or nous voulons  $n$  entier. Deux solutions sont possibles.

a) Première solution :  $n = 11 \text{ ans}$

*Prendre la valeur inférieure de  $n$ , ici 11 et majorer la 11<sup>ème</sup> annuité.  $V_{11}$  serait en effet inférieure à 150.000 FC, car le nombre théorique d'annuités est supérieure à 11.*

**ANNUITES**

$$\text{Ici } V_{11} = 10000 \text{ FC } \frac{(1,05)^{11} - 1}{0,05} = 10000 \text{ FC } \times 14,206787 \\ = 142.067,87 \text{ FC}$$

La 11<sup>e</sup> annuité sera donc majorée de 150.000 FC - 142067,87 FC = 7.932,13 FC, pour atteindre la valeur acquise de 150.000 FC et sera égale à 10.000 FC + 7.932,13 FC = **17.932,13 FC**.

**b) Deuxième solution :  $n = 12$  ans**

*Prendre la valeur supérieure de  $n$ , ici 12 et réduire la 12<sup>ème</sup> annuité.  $V_{12}$  serait, en effet, supérieur à 150.000 FC, puisque le nombre théorique d'annuité est inférieur à 12.*

$$\text{Ici } V_{12} = 10000 \frac{(1,05)^{12} - 1}{0,05} = 10000 \times 15,917127 = 159.171,27 \text{ FC}$$

## **ANNUITES**

□ La 12<sup>e</sup> annuité sera donc réduite de :  
 $159.171,27 \text{ FC} - 150.000 \text{ FC} = 9.171,17 \text{ FC}$  et  
sera égale à  $10.000 \text{ FC} - 9.171,27 \text{ FC}$   
 $= 828,73 \text{ FC}$

### **Remarque :**

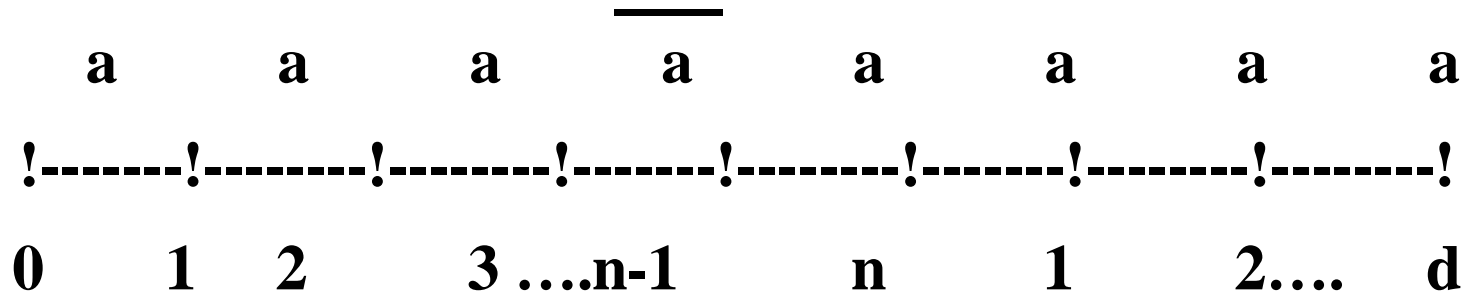
La première solution est *toujours possible*. La seconde solution peut parfois être impossible. Un exemple va nous montrer dans quel cas. Reprenons les mêmes données numériques, mais avec un taux de 5,5 %. On verrait encore que  $n$  est compris entre 11 et 12. En adoptant la seconde des solutions indiquées, soit  $n = 12$ , on obtiendra :

**ANNUITES**

$$V_{12} = 10.000FC \frac{1.055^{12} - 1}{0,055} = 10.000 FC \times 16,385.591 = 163.855,91 FC$$

La 12<sup>ème</sup> annuité devrait donc être réduite de 163.855,91 FC - 150.000FC = 13.855,91 FC, ce qui est impossible, l'annuité étant égale à 10.000 FC.

## Valeur acquise d'une suite d'annuités d périodes après nième versement



# ANNUITES

□ Il est facile de se rendre compte à quelle situation correspond en pratique ce problème. Un capital  $V_n$  a été constitué par  $n$  versements égaux à  $aF$ . La partie versante cesse ses règlements, mais laisse ce capital porter intérêts composés pendant  $d$  périodes. Nous aurons, en désignant par

$$V_n^d = V_n (1+i)^d = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)^d$$

formule qui utilise les tables financières III et I.

### Exemple

Calculer la valeur acquise six ans après le dernier versement par 15 annuités de 1.000 FC chacune, capitalisées à 5,5 %

**ANNUITES**

$$\begin{aligned}
 \text{On aura : } V_{15}^6 &= 1.000 \frac{1,055^{15} - 1}{0,055} \times 1,055^6 \\
 &= 1.000 \text{ Fc} \times 22,408663 \times 1,378843 \\
 &= 30.898,028 \text{ FC}
 \end{aligned}$$

Ce procédé de calcul conduit à une pénible multiplication.  
 Pour l'éviter, on aurait pu remarquer que :

$$V_n^d = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)^d = a \frac{(1+i)^{n+d} - (1+i)^d}{i}$$

$$\text{D'où } V_n^d = a \frac{(1+i)^{n+d} - 1}{i} - \frac{(1+i)^d - 1}{i}$$

## ANNUITES

Dans notre exemple numérique:

$$\begin{aligned} V_{15}^6 &= 1.000 \frac{(1,055)^{15+6} - 1}{0,055} - \frac{1,055^6 - 1}{0,055} \\ &= 1.000 \text{ FC } (37,786076 - 6.888051) = \mathbf{30.898,025} \\ &= \mathbf{30.898,03} \end{aligned}$$

### Calcul de la valeur actuelle

Calculer la valeur actuelle d'une suite de 15 annuités constantes égales chacune à 1.000 FC. Taux d'escompte 5,5%. On aura :

$$\begin{aligned} V_0 &= 1.000 \text{ FC } \frac{1 - 1,055^{-15}}{0,055} \\ &= 1.000 \text{ FC } \times 10,037581 \\ &= 10.037,521 \text{ FC} \end{aligned}$$

**ANNUITES**

Le nombre 10,03781 est tiré de la table financière IV, au taux 5,5%, n = 15.

### Calcul de l'annuité

10 annuités constantes, escomptés à 4 %, ont pour valeur à l'origine 20.000 FC. Calculer l'annuité.

$$\text{Sachant que } V_o = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$a = V_o \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Tu as l'expression:  $\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$  à l'inverse  $\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

étant fournie par la table financière V, nous aurons :

$$a = 20.000 \text{ FC} \frac{0,04}{1 - (1,04)^{-10}} = 20.000 \text{ FC} \times 0,123291$$

$$= 2.465,82 \text{ FC}$$

**ANNUITES**

## Calcul du taux

10 annuités constantes de 12.500 FC ont une valeur actuelle de 100.000 FC . Calculer le taux auquel ces annuités sont escomptées.

$$V_0 = a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \text{ Permet d'écrire que } \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{V_0}{a}$$

$$\text{Ici } \frac{1-(1+i)^{-10}}{i} = \frac{100.000FC}{12.500FC} = 8,000.000$$

$$\text{Pour } i = 0,0425, \frac{1-(1+i)^{-10}}{i} = 8,010887$$

$$\text{Pour } i = 0,045, \frac{1-(1+i)^{-10}}{i} = 7,912718$$

# ANNUITES

La table IV étant une fonction décroissante de  $i$ , on a :

$$i = 4,5 - (4,5 - 4,25) \frac{8 - 7,912718}{8,010886 - 7,912718} = 4,2777229 = 4,28 \%$$

### Calcul du nombre d'annuités (n entier)

$n$  annuités constantes de 125.000 FC chacune, escomptées au taux de 5 % ont une valeur actuelle de 1.000.000 FC. Calculer le nombre de ces annuités. Nous utiliserons la table financière V. Les données du problème permettent d'écrire :

$$\frac{i}{1 - 1,05^{-n}} = \frac{a}{V_0}$$

Soit pour  $n = 10$ ,  $\frac{0,05}{1 - 1,05^{-n}} = 0,129506$

$$n = 11, \frac{0,05}{1-1,05^{-n}} = 0,120389$$

## Première Solution

- *Prendre la valeur inférieure de n et majorer la dernière annuité.*

Désignons par X le montant de cette majoration, on aura à l'origine: Par majoration :  $n = 10$ .

$$1.000.000 \text{ FC} = 125.000 \text{ FC} \frac{[1 - (1,05)^{-10}]}{0,05} + X 1,05^{-10}$$

$$1.000.000 \text{ FC} \times 1,05^{-10} = 125.000 \text{ FC} = \frac{(1 - 1,05^{-10})}{0,05}$$

$$X = - [125.000 \text{ FC} \left( \frac{1 - 1,05^{-10}}{0,05} \right) + 1.000.000 \text{ FC}] \times 1,05^{10}$$

$$X = -125.000 \text{ FC} \left( \frac{1 - 1,05^{-10}}{0,05} \right) 1,05^{-10} + 1.000.000 \text{ FC} \times 1,05^{10}$$

$$X = (-125.000 \text{ FC} \times 12,577893) + (1.000.000 \text{ FC} \times 1,628895)$$

$$X = 56.659 \text{ FC}$$

# ANNUITES

## Deuxieme solution: Par réduction

$$1.000.000 \text{ FC} = 125.000 \text{ FC} \frac{1 - (1,05)^{-11}}{0,05} - X \cdot 1,05^{-11}$$

$$1.000.000 \text{ FC} + X1,05^{-11} = 125.000 \text{ FC} = \frac{[1 - (1,05)^{-11}]}{0,05}$$

$$x = [125.000 \text{ FC} \left( \frac{1 - 1,05^{-11}}{0,05} \right) - 1.000.000 \text{ FC}] \cdot 1,05^{11}$$

$$x = 125.000 \text{ FC} \left( \frac{1 - 1,05^{-11}}{0,05} \right) \cdot 1,05^{11} - 1.000.000 \text{ FC} \cdot 1,05^{11}$$

$$x = x = 125.000 \text{ FC} \left( \frac{1,05^{-11} - 1}{0,05} \right) - 1.000.000 \text{ FC} \cdot 1,05^{11}$$

**ANNUITES**

## Valeur acquise d'une suite d'annuité en progression arithmétique (Annuités variables)

Ici encore, la valeur acquise de la suite sera égale à la somme des valeurs acquises par chacune des annuités, immédiatement après le versement de la dernière. Désignons cette valeur acquise par (a)  $V_n$ . Elle se calcule par la formule ci-après :

$$(a) V_n = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \left( a + \frac{r}{i} \right) - \frac{nr}{i}$$

$$(a) V_n = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \left( a - \frac{r}{i} \right) + \frac{nr}{i}$$

### Exemple 1

Calculer la valeur acquise d'une suite d'annuités en progression arithmétique. Première année :  $a = 20.000$  FC;  $r = 1.000$  FC,  $n = 15$  et  $i = 0,05$ .

# ANNUITES

## **Solution (a)**

$$\begin{aligned} \cdot V_{15} &= \frac{1,05^{15} - 1}{0,05} \left( 20.000 + \frac{1.000}{0,05} \right) - \frac{15 \times 1.000}{0,05} \\ &= (21,578564 \times 40.000) - 300.000 \\ &= 563.142,56 \text{ FC} \end{aligned}$$

## **Exemple 2**

: a = 20.000 FC; r = -1.000 FC; n = 15; i = 0,05

$$\begin{aligned} V_{15} &= \frac{1,05^{15} - 1}{0,05} \left( 20.000 - \frac{1.000}{0,05} \right) + \frac{15 \times 1.000}{0,05} = 21,578564(20.000 - 20.000) \\ &+ 300.000 = 300.000. \end{aligned}$$

## **II.4. AMORTISSEMENT DES EMPRUNTS**

- Dans beaucoup de pays, l'usage s'est établi d'amortir les emprunts à l'aide *d'annuités constantes* ; la charge financière supportée par l'emprunteur ne varie donc pas d'une année à l'autre.
- Si nous désignons par  $a$ , la valeur de l'annuité constante, par  $n$ , le nombre d'annuités affectées au remboursement de l'emprunt, par  $i$ , le taux d'intérêt pour 1, par  $D$  le montant nominal de l'emprunt ou la dette ( $D$ ), on aura :

## AMORTISSEMENT DES EMPRUNTS A ANNUITES CONSTANTES

D'où

$$D = a \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$D \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

On remarque l'identité absolue de ces formules avec celles établies lors de l'étude de la valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes.

**Exemple** : Un emprunt de nominal 1.600.000 FC est contracté pour une durée de 4 ans. Taux d'intérêt : 6%. Amortissement par annuités constantes. Construire le tableau d'amortissement relatif à cet emprunt.

## AMORTISSEMENT DES EMPRUNTS A ANNUITES CONSTANTES

- 1) Calculer d'abord l'annuité et l'inscrire à la dernière colonne.
- 2) Inscrire le nominal de l'emprunt à la 1<sup>ère</sup> année de la colonne « Dette » D.
- 3) Pour obtenir les intérêts (3<sup>ème</sup> colonne), l'on doit multiplier la dette de la 2<sup>ème</sup> colonne par le taux donné  $i$  pour 1.
- 4) L'amortissement de la 4<sup>ème</sup> colonne est obtenu par la différence entre l'annuité et l'intérêt.
- 5) Chaque dette  $D_p$  s'obtient par la différence entre la dette précédente ( $D_{p-1}$ ) et l'amortissement  $mp$ .

## AMORTISSEMENT DES EMPRUNTS PAR ANNUITES CONSTANTES

Nous calculons d'abord l'annuité constante :  $a = 1.600.000 \frac{0,06}{1 - (1,06)^{-4}}$   
 $= 1.600.000 \times 0,288591 = 461.745,60$

## Amortissement des dettes

Pér.	Dettes au début de la période (D)	Intérêts de la période (Di)	Amortissements (m)	Annuités constantes (a)
1	1.600.000	96.000,00	365.745,60	461.745,60
2	1.234.254,40	74.055,26	387.690,34	461.745,60
3	846.564,10	50.793,85	410.951,75	461.745,60
4	435.612,35	26.136,74	435.608,86	461.745,60
			----- 1.599.996,55	

## AMORTISSEMENTS DES EMPRUNTS PAR ANNUITES CONSTANTES

## **II.5. RENTES**

